



Pedro Alexandre Condeço Pires

Licenciado em Engenharia Civil

CRITÉRIOS DE DANO ASSOCIADOS A ESTRUTURAS ADJACENTES A ESCAVAÇÕES EM MEIO URBANO

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil - Estruturas e Geotecnia

Orientador: Doutor Nuno Manuel da Costa Guerra,
Professor, Faculdade de Ciências e Tecnologia -
Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente:	Prof. Doutor Válder José da Guia Lucio
Arguente:	Prof. Doutor Pedro Fernando e Mota Guedes de Melo
Vogal:	Prof. Doutor Nuno Manuel da Costa Guerra



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Novembro 2011

P.Pires

Email: palexandrepres@gmail.com

Curriculum Vitae: [linkedin.com/in/palexandrepres](https://www.linkedin.com/in/palexandrepres)

*Revisão: **VERSÃO FINAL***

Novembro 2011

Ao meu Pai

© "Copyright" Pedro Alexandre Condeço Pires, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que deram o seu contributo directo ou indirecto para a realização do presente trabalho, em especial:

- Expresso o meu agradecimento sincero ao meu orientador científico Prof. Doutor Nuno Manuel da Costa Guerra, pelo interesse, entusiasmo e ensino paciente.
- Agradeço a todos os meus amigos pela paciência e horas partilhadas de conselhos, ajuda no desenvolvimento científico e correcção, nomeadamente ao Rui Esteves e aos Engenheiros Edgar Domingues, Filipe Correia, Rui Gonçalves e Nuno Pires e aos que acompanharam o meu trabalho sempre com bom humor, nomeadamente os Engenheiros Guilherme Loureiro, João Camões e Miguel Pires.

Para terminar, nada disto seria possível sem o apoio interminável e sempre garantido do meu pai e família.

Resumo

A resposta dos edifícios a deformações causadas por movimentos do solo induzidos por escavações adjacentes é um facto dependente da origem e do tipo do movimento do solo, das condições da estrutura e das medidas de mitigação possíveis para a proteger. A previsão do dano causado por escavações é, então, um factor importante a considerar, principalmente se a estrutura se encontra em meio urbano.

Actuais medidas de previsão de dano variam entre métodos empíricos, analíticos e numéricos.

No presente trabalho discute-se a diferença entre dois métodos analíticos propostos na literatura e a sua aplicação numérica. Faz-se uma análise de rigidez das estruturas de acordo com a sua alteração, devido à influência da área afectada da estrutura pela escavação e da heterogeneidade causada por aberturas.

Abstract

The response of buildings to deformations caused by ground-movements induced by adjacent excavation is a fact dependent on the origin and the type of the ground-movement, the conditions of the structure and possible mitigation measures to protect it. Predicting the damage caused by excavation is an important design consideration, especially when the structure is in an urban environment.

Current measures of damage prediction range from empirical methods, analytical and numerical.

The difference between two analytical methods proposed in the literature and its numerical application is discussed. An analysis of the structure stiffness is made taking into account the modifications due to the influence of the structure area affected by the excavation and the heterogeneity caused by openings.

Palavras Chave

Escavação

Deformação

Deslocamento

Distorção Angular

Índice de Deflexão

Extensão Horizontal

Dano estrutural

Solução analítica

Análise numérica

Key Words

Excavation

Deformation

Displacement

Angular Distortion

Deflection Ratio

Horizontal Extension

Structural damage

Analytical solution

Numerical analysis

Simbologia

No presente trabalho tentou-se simplificar a simbologia usada na variada literatura consultada, por forma a melhorar a compreensão por parte do leitor. São apresentados abaixo os símbolos usados no decorrer do documento escrito e seu significado:

D_i	Profundidade de escavação	$[L]$
E	Módulo de elasticidade ou de Young	$[FL^{-2}]$
e	Espessura do modelo de viga alta	$[L]$
G	Módulo de distorção	$[FL^{-2}]$
H	Altura da estrutura; Altura do modelo de viga alta	$[L]$
I_z	Momento de inércia em z	$[L^4]$
K_s	Rigidez de corte da argamassa de junta em tijolos	$[FL^{-1}]$
K_n	Rigidez normal da argamassa de junta em tijolos	$[FL^{-1}]$
L	Largura	$[L]$
m	Momento flector unitário	$[FL]$
M	Momento flector	$[FL]$
P	Carga pontual	$[F]$
p	Carga uniformemente distribuída	$[FL^{-1}]$
S_{max}	Deslocamento vertical máximo	$[L]$
v	Esforço transversal unitário	$[F]$
V	Esforço transversal	$[F]$
α	Deformação angular; coeficiente numérico para obter a máxima tensão de corte	
β	Distorção Angular	
γ	Extensão de corte de engenharia	
Δ	Deslocamento	$[L]$
δ	Deflexão relativa	$[L]$
δ/L	Índice de Deflexão	
ε_b	Extensão normal	
ε_d	Extensão de corte	
ε_h	Extensão horizontal	
ε_{max}	Extensão máxima (devido apenas ao peso próprio da estrutura)	

ε_{lim}	Extensão limite	
θ	Rotação ou declive	
ν	Coeficiente de Poisson	
σ	Tensão normal	$[FL^{-2}]$
τ	Tensão de corte	$[FL^{-2}]$
ω	Inclinação	

Conteúdo

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Palavras Chave	xi
Simbologia	xiii
Conteúdo	xv
Lista de Figuras	xviii
Lista de Tabelas	xxii
1 Considerações iniciais	1
1.1 Introdução	1
1.2 Esboço do documento	3
2 Movimentos do solo associados a escavações	5
2.1 Introdução	5
2.2 Definições	6
2.3 Dano estrutural	7
2.4 Categorias de dano estrutural	10
2.5 Conceito de extensão máxima	12
2.6 Conclusões	12
3 Modelo de viga alta: solução analítica	15
3.1 Introdução	15
3.2 Flexão e corte de viga alta	16
3.2.1 Flecha de viga alta devido a carregamento pontual e uniformemente distribuído	17
3.2.2 Extensão máxima por flexão e por corte em viga alta	21

3.2.3	Deflexão de viga alta	25
3.2.3.1	Carga pontual	25
3.2.3.2	Carga uniformemente distribuída	26
3.2.4	Distorção angular em viga alta	29
3.2.4.1	Carga pontual	30
3.2.4.2	Carga uniformemente distribuída	32
3.3	Influência da extensão horizontal	37
3.4	Influência da rigidez	43
3.5	Dano estrutural	52
3.5.1	Trabalhos realizados por Boscardin e Cording (1989) e por Burland e Wroth (1974)	52
3.5.2	Análise dos trabalhos realizados por Boscardin e Cording (1989) e por Burland e Wroth (1974) para diferentes rácios de L/H e E/G e para ambas as formas de carregamento propostas anteriormente	54
3.6	Conclusão	56
4	Modelo de viga alta: solução numérica	63
4.1	Introdução	63
4.2	Modelo numérico	63
4.3	Apoios no centro da secção	66
4.3.1	Comparação dos resultados numéricos com a equação do deslocamento para a linha neutra no centro da secção	67
4.3.2	Índice de deflexão numérico com a simulação da linha neutra no centro da secção	69
4.4	Apoios na base da secção	73
4.4.1	Comparação dos resultados numéricos com a equação do deslocamento para a linha neutra na base da secção	73
4.4.2	Índice de deflexão numérico com a simulação da linha neutra na base da secção	74
4.5	Conclusão	76
5	A influência das aberturas no comportamento da estrutura	79
5.1	Introdução	79
5.2	Trabalhos realizados por Son e Cording (2007)	79
5.3	Aplicação numérica da influência directa das aberturas no comportamento da estrutura para várias relações L/H	82
5.3.1	Apresentação do caso de estudo numérico	82
5.3.2	Linha neutra simulada no centro da secção da estrutura	83
5.3.3	Linha neutra simulada na base da secção da estrutura	84
5.3.4	Análise de resultados	86

5.4	Conclusão	88
6	Conclusões	91
	Referências Bibliográficas	95

Lista de Figuras

1.1	Realização de escavação para a construção do metro subterrâneo em Amesterdão (Shani Wallis, 2010).	2
2.1	Realização de escavação para a construção do metro do Porto na Av. dos Aliados (Fonseca, 2009).	6
2.2	Definições do movimento do solo e da fundação.	8
2.3	Definição de extensão horizontal.	8
2.4	Exemplo de distorção em edifícios: a) devido a assentamentos diferenciais; b) devido a escavação adjacente (Fujian University of Technology, 2009).	9
3.1	Modelo de cálculo - Viga Alta.	16
3.2	Modelo de cálculo de viga alta (idealização de uma estrutura): a) com carga pontual aplicada; b) com carga uniformemente aplicada.	18
3.3	Deslocamento total em viga alta (δ) provocado pela deformação por flexão (δ_b) e por corte (δ_d).	18
3.4	Sistema compatível para o cálculo de deslocamentos aplicando o PTV, para uma carga pontual a meio vão. a) diagrama de cargas; b) diagrama de esforço transversal (V); c) diagrama de momentos (M).	19
3.5	Sistema compatível para o cálculo de deslocamentos aplicando o PTV, para uma carga uniformemente distribuída. a) diagrama de cargas; b) diagrama de esforço transversal (V); c) diagrama de momentos (M).	20
3.6	Deformação por flexão: (1) Linha Neutra situada no centro da secção; (2) Linha Neutra situada na base da secção.	22
3.7	Deformação por corte: (1) Linha Neutra situada no centro da secção; (2) Linha Neutra situada na base da secção.	22
3.8	Deformação de um edifício: a) convexa; b) côncava	23
3.9	Deformação de corte puro, a). Deformação de corte total ou de “engenharia” b).	24
3.10	Comparação da relação $\delta/(L\epsilon_{lim})$ em função de L/H para ambas as posições da linha neutra com E/G de 2,6: a) com carga pontual aplicada; b) com carregamento uniformemente distribuído.	27
3.11	<i>Curva de deflexão</i> - Representação do eixo da viga depois de sofrer flexão através de um carregamento imposto.	30

3.12	Comparação da relação β/ε_{lim} e L/H para ambas as posições da linha neutra com E/G de 2,6: a) com carga pontual aplicada; b) com carregamento uniformemente distribuído.	33
3.13	Sobreposição da relação $\delta/(L\varepsilon_{lim})$ e β/ε_{lim} em função de L/H : a) com a linha neutra no centro e carga pontual; b) com a linha neutra no centro e carregamento uniformemente distribuído; c) com a linha neutra na base e carga pontual; d) com a linha neutra na base e carregamento uniformemente distribuído.	36
3.14	Círculo de Mohr - determinação de ε_{lim}	38
3.15	Comparação da relação entre δ/L e L/H para ambas as posições da linha neutra com E/G de 2,6, $\varepsilon_h = 0,05\%$ e $\varepsilon_{lim} = 0,075\%$: a) com carga pontual aplicada; b) com carregamento uniformemente distribuído.	41
3.16	Comparação da relação entre β e L/H para ambas as posições da linha neutra com E/G de 2,6, $\varepsilon_h = 0,05\%$ e $\varepsilon_{lim} = 0,075\%$: a) com carga pontual aplicada; b) com carregamento uniformemente distribuído.	42
3.17	Relação entre β e L/H , para diferentes valores de E/G , com $\varepsilon_h = 0,05$ e $\varepsilon_{lim} = 0,075$; carregamento pontual aplicado e linha neutra na base da secção.	43
3.18	Assentamentos, D_i , aplicados gradualmente a uma estrutura devido à execução de uma escavação.	44
3.19	Comparação entre posições da linha neutra com a actuação de uma carga pontual; à esquerda: relação $\delta/(L\varepsilon_{lim})$ em função de L/H para diferentes valores de E/G ; à direita: relação β/ε_{lim} em função de L/H para diferentes valores de E/G	46
3.20	Comparação entre posições da linha neutra com a actuação de uma carga uniformemente distribuída; à esquerda: relação $\delta/(L\varepsilon_{lim})$ em função de L/H para diferentes valores de E/G ; à direita: relação β/ε_{lim} em função de L/H para diferentes valores de E/G	47
3.21	Comparação entre carga pontual e carga uniformemente distribuída com a linha neutra na base; à esquerda: relação $\delta/(L\varepsilon_{lim})$ em função de L/H para diferentes valores de E/G ; à direita: relação β/ε_{lim} em função de L/H para diferentes valores de E/G	48
3.22	Comparação entre posições da linha neutra com a actuação de uma carga pontual com $\varepsilon_h = 0,05\%$ e $\varepsilon_{lim} = 0,075\%$; à esquerda: índice de flexão em função de L/H para diferentes valores de E/G ; à direita: distorção angular em função de L/H para diferentes valores de E/G	49
3.23	Comparação entre posições da linha neutra com a actuação de uma carga uniformemente distribuída com $\varepsilon_h = 0,05\%$ e $\varepsilon_{lim} = 0,075\%$; à esquerda: índice de flexão em função de L/H para diferentes valores de E/G ; à direita: distorção angular em função de L/H para diferentes valores de E/G	50

3.24	Comparação entre carga pontual e carga uniformemente distribuída com a linha neutra na base com $\varepsilon_h = 0,05\%$ e $\varepsilon_{lim} = 0,075\%$; à esquerda: índice de flexão em função de L/H para diferentes valores de E/G ; à direita: distorção angular em função de L/H para diferentes valores de E/G	51
3.25	Limite de danos (Boscardin e Cording, 1989); relação entre β e ε_h com carregamento pontual aplicado, com $E/G = 2,6$, $L/H = 1$ e a linha neutra considerada na base.	53
3.26	Limite de danos (Burland et al., 2001); relação entre δ/L e ε_h com carregamento pontual aplicado, com $E/G = 2,6$, $L/H = 1$ e a linha neutra considerada na base.	54
3.27	Limite de danos com a sobreposição da deformação por flexão; relação entre β e ε_h com carregamento pontual aplicado, com $E/G = 2,6$ e $L/H = 1$ e a linha neutra considerada na base.	55
3.28	Relações de estruturas consideradas.	56
3.29	Limite de danos com comparação entre carga uniformemente distribuída e pontual para uma relação de E/G de 12,5 e a linha neutra considerada na base: a) relação entre δ/L e ε_h ; b) relação entre β e ε_h	57
3.30	Limite de danos; sobreposição de δ/L e β com carga pontual aplicada para uma relação de L/H de 1/3, a linha neutra considerada na base e várias relações de E/G	58
3.31	Limite de danos; sobreposição de δ/L e β com carga pontual aplicada para uma relação de L/H de 1, a linha neutra considerada na base e várias relações de E/G	59
3.32	Limite de danos; sobreposição de δ/L e β com carga pontual aplicada para uma relação de L/H de 3, a linha neutra considerada na base e várias relações de E/G	60
3.33	Resumo dos ábacos de limite de danos; sobreposição de δ/L e β com carga pontual aplicada para várias relações de L/H (1/3; 1 e 3) e E/G (2,6; 12,5 e 25). As quatro curvas presentes em cada gráfico corresponde à extensão limite, ε_{lim} , de 0,05, 0,075, 0,15 e 0,3%.	62
4.1	Modelos numéricos considerados para cálculo com a simulação da linha neutra no centro da secção.	65
4.2	Modelos numéricos considerados para cálculo com a simulação da linha neutra na base da secção.	65
4.3	Comparação entre deslocamentos δ calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados no centro da secção da estrutura e um carregamento pontual aplicado no topo da secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.1 em função de L/H . Numericamente: através dos valores de δ determinados no <i>SAP2000</i> medidos na base e no centro da secção; através dos valores de δ determinados no <i>PLAXIS</i> medidos na base da secção.	69

4.4	Comparação entre método analítico e método numérico na análise de $\delta/(L\varepsilon_{lim})$ por L/H com um carregamento pontual, aplicado no topo da secção, uma relação de E/G de 2,6 e a linha neutra considerada no centro da secção da estrutura.	70
4.5	Comparação entre método analítico e método numérico na análise de $\delta/(L\varepsilon_{lim})$ por L/H com um carregamento uniformemente distribuído, aplicado no topo da secção da estrutura, uma relação de E/G de 2,6 e a linha neutra considerada no centro da secção da estrutura.	72
4.6	Comparação entre deslocamentos calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados na base da secção da estrutura e um carregamento pontual aplicado no topo da secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.1 em função de L/H . Numericamente: através dos valores de δ determinados no <i>SAP2000</i> medidos na base e no centro da secção; através dos valores de δ determinados no <i>PLAXIS</i> medidos na base da secção.	74
4.7	Comparação entre método analítico e método numérico na análise de $\delta/L\varepsilon_{lim}$ por L/H com carga pontual aplicada e uma relação de E/G de 2,6, com a linha neutra na base da secção.	76
4.8	Comparação entre método analítico e método numérico na análise de $\delta/L\varepsilon_{lim}$ por L/H com carga uniformemente distribuída aplicada e uma relação de E/G de 2,6, com a linha neutra na base da secção.	78
5.1	Relação entre o módulo de elasticidade e a percentagem de aberturas da área total da estrutura (Son e Cording, 2007).	81
5.2	Relação entre o módulo de distorção e a percentagem de aberturas da área total da estrutura (Son e Cording, 2007).	81
5.3	Modelo de cálculo com malha de elementos finitos para uma relação de L/H de 1: i) simulação da linha neutra no centro da estrutura; ii) simulação da linha neutra na base da estrutura.	83
5.4	Modelo de cálculo com malha de elementos finitos para uma relação de L/H de 1 e com a imposição de aberturas na estrutura: a.1) 0%; a.2) 16%; a.3) 24%; a.4) 36%.	83
5.5	Modelo de cálculo com malha de elementos finitos para uma relação de L/H de 2 e com a imposição de aberturas na estrutura: b.1) 0%; b.2) 16%; b.3) 24%; b.4) 36%.	83
5.6	Modelo de cálculo com malha de elementos finitos para uma relação de L/H de 10 e com a imposição de aberturas na estrutura: c.1) 0%; c.2) 16%; c.3) 24%; c.4) 36%.	84
5.7	Linha neutra no centro da secção: a) relação de δ em função da percentagem de aberturas; b) relação de E/G em função da percentagem de aberturas.	85
5.8	Linha neutra na base da secção: a) relação de δ em função da percentagem de aberturas; b) relação de E/G em função da percentagem de aberturas.	87

5.9	Relação de $\varepsilon_{bmax}/\varepsilon_{dmax}$ em função de L/H , para várias relações de E/G : 2,6, 4, 9, 12,5, 20, 25, 30 e 50, com uma carga pontual e a linha neutra considerada na base da secção da estrutura.	88
5.10	Comparação da relação $\delta/(L\varepsilon_{lim})$ em função de L/H para várias relações de E/G : 12.5, 20 e 30, com uma carga pontual e a linha neutra na base da secção da estrutura.	89
5.11	Limite de danos; sobreposição de δ/L e β com carga pontual aplicada para uma relação de L/H de 2 e três relações de E/G : 4, 9 e 14.	90

Lista de Tabelas

2.1	Limites de β em estruturas (Bjerrum, 1963).	9
2.2	Comparação entre os valores de β indicados por diferentes autores para o início de fissuração visível (entre parêntesis são indicados os valores de β correspondentes ao dano estrutural).	10
2.3	Comparação entre os valores de δ/L indicados por Polshin e Tokar (1957) para o início de fissuração visível.	10
2.4	Classificação de dano relacionada com fissuras visíveis e condições de reparação (Burland e Wroth, 1977).	11
2.5	Relação entre classificação de danos e a extensão limite (Boscardin e Cording, 1989).	13
3.1	Comparação e resumo de resultados de $\delta/(L\varepsilon_{lim})$	29
3.2	Comparação e resumo de resultados de β/ε_{lim}	35
3.3	Comparação e resumo de resultados de δ/L para a linha neutra no centro.	38
3.4	Comparação e resumo de resultados de δ/L para a linha neutra na base.	39
3.5	Comparação e resumo de resultados de β para a linha neutra no centro.	39
3.6	Comparação e resumo de resultados de β para a linha neutra na base.	40
3.7	Relação entre classificação de danos e a extensão limite (Boscardin e Cording, 1989).	52

4.1	Comparação de deslocamentos δ calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados no centro da secção da estrutura e uma carga pontual aplicada no topo, no centro e na base da secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.1. Numericamente: através dos valores de δ calculados no <i>SAP2000</i> medidos na base, no centro e no topo da secção.	66
4.2	Relações de L/H admitidas no cálculo numérico.	67
4.3	Comparação de deslocamentos δ calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados no centro da secção da estrutura e um carregamento pontual aplicado no topo secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.1. Numericamente: através dos valores de δ determinados no <i>SAP2000</i> medidos na base e no centro da secção.	68
4.4	Comparação de deslocamentos δ calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados no centro da secção da estrutura e um carregamento uniformemente distribuído aplicado no topo secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.4. Numericamente: através dos valores de δ determinados no <i>SAP2000</i> medidos na base e no centro da secção.	71
4.5	Comparação de deslocamentos δ calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados na base da secção da estrutura e um carregamento pontual aplicado no topo secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.1. Numericamente: através dos valores de δ determinados no <i>SAP2000</i> medidos na base e no centro da secção.	75
4.6	Comparação de deslocamentos δ calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados na base da secção da estrutura e um carregamento uniformemente distribuído aplicado no topo secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.4. Numericamente: através dos valores de δ determinados no <i>SAP2000</i> medidos na base e no centro da secção.	77
5.1	Deslocamentos, δ , e relações de E/G calculados por modelos numéricos com a linha neutra considerada no centro da secção (entre parêntesis são apresentados os deslocamentos calculados de forma analítica).	85
5.2	Deslocamentos e relações de E/G calculados por modelos numéricos com a linha neutra considerada na base da secção (entre parêntesis são apresentados os deslocamentos calculados de forma analítica).	86

Capítulo 1

Considerações iniciais

1.1 Introdução

Com o crescimento dos centros urbanos há cada vez mais uma maior preocupação relativamente aos efeitos das construções de edifícios adjacentes a edifícios já instalados. Com estas novas construções, e a necessidade crescente de obter área útil, recorre-se inevitavelmente, ao subsolo e à volumetria que se torna disponível com a remoção de solo abaixo da cota superficial. Contudo, esta solução traz um conjunto de questões que geram consequências em torno da sua execução. A partir deste processo, vem a necessidade da estabilização do terreno circundante, condicionado pela existência de estruturas adjacentes. As partes afectadas são diversas e incluem proprietários, inquilinos, clientes de serviço público, etc.

As maiores preocupações estão claramente direccionadas para edifícios com fundações superficiais que não se estendem abaixo da zona de influência da escavação adjacente. Muitos destes edifícios são estruturas antigas de alvenaria que não estão vinculados lateralmente ou reforçadas, e são frequentemente estruturas de importância histórica. Como consequência, a responsabilidade pela protecção e resposta das propriedades potencialmente afectadas pela construção vizinha, que geralmente tem sido delegada principalmente para o dono de obra, deve agora ser considerada mais detalhadamente durante as fases de planeamento e concepção de projecto.

As avaliações dos movimentos do solo associadas à construção e à sensibilidade, ou tolerância das estruturas adjacentes a escavações, são factores determinantes na escolha do tipo de escavação e sistema de suporte, que afectarão directamente no custo, cronograma e, em alguns casos, na viabilidade do projecto. Daí, ser importante que, o sistema de suporte previna o dano das estruturas vizinhas, ou em determinados casos, determinar a vantagem entre um melhor sistema de suporte ou a posterior reparação da estrutura, caso os danos sejam leves. Em qualquer dos casos, é necessário estimar o nível de movimentos do solo que poderão induzir danos na estrutura, de forma a evitar e minimizar problemas futuros.

Desta forma, com o objectivo de minorar ao máximo a alteração no serviço e utilização da estrutura, ter-se-á sempre que seguir critérios completamente adequados às características e zona da construção. Assim, não é razoável qualquer alteração na estrutura que cause danos



Figura 1.1: Realização de escavação para a construção do metro subterrâneo em Amesterdão (Shani Wallis, 2010).

que afectem a segurança dos ocupantes, degradação crítica da estrutura, redução do seu valor, alteração do seu tipo de funcionamento ou que modifique permanentemente a sua estética. Por conseguinte, alterações que ocorram na vizinhança da estrutura que causem a sua deformação vão depender de medidas excepcionais que poderão ser tomadas para reter ao máximo a sua deformação ou posterior reparação.

Os métodos utilizados para limitar o dano ou mitigar os seus efeitos, incluem a decisão do processo e localização da escavação, de forma a evitar afectar a estrutura, limitar e controlar os movimentos do sistema de suporte, através de métodos eficazes que minorem ao máximo o deslocamento da cortina. Assim, prever o desempenho do edifício à medida que é disposto a deformações é de grande importância, daí ser fundamental no decorrer da obra, e mesmo após o fim desta, a monitorização permanente dos edifícios que se avizinham a uma escavação (Figura 1.1).

Os métodos de avaliação actuais são geralmente baseados num processo que se desenvolve em dois estágios. Em primeiro lugar, são calculados os assentamentos para uma dada escavação com a ausência de uma estrutura adjacente, denominado de *greenfield*. Estes deslocamentos e inclinações são, então, aplicados a um modelo estrutural do edifício para obter uma avaliação dos danos esperados, estimando desta forma tensões e distorções que possam surgir. Um procedimento geral deste tipo de previsão de dano de assentamentos induzidos em edifícios de alvenaria foi descrito por Burland e Wroth (1974).

Muitos métodos de avaliação encontrados na literatura actual relacionam os danos nos edifícios com os movimentos do solo. Muitos desses métodos são baseados em movimentos causados por assentamentos da estrutura apenas pelo seu peso próprio, não considerando, desta forma, a deformação que poderá ocorrer segundo uma escavação adjacente. Outros métodos têm em conta formas adicionais de deformação, no entanto, são limitados à sua adequabilidade para representar a estrutura afectada.

O objectivo do presente trabalho passa por analisar dois métodos analíticos de avaliação do dano estrutural de forma a identificar as suas diferenças e melhorar a sua adequabilidade para representar a estrutura afectada. Posteriormente tem-se como objectivo a confirmação da análise dos métodos analíticos com uma aplicação numérica e uma análise elasto-plástica para se avaliar se a modelação de um edifício como uma viga elástica pode constituir metodologia adequada para a consideração dos efeitos de interacção solo-estrutura.

Por outro lado, a estimativa da rigidez da estrutura tem um peso fundamental que deve ser estudado por forma a melhorar a estimativa de resposta estrutural, quando a estrutura é sujeita a movimentos causados por escavações adjacentes. Desta forma, tem-se como objectivo a estimativa da rigidez das estruturas, tendo em conta não só a anisotropia, mas também a falta de homogeneidade pela presença de aberturas, como portas ou janelas.

1.2 Esboço do documento

Capítulo 1: *Considerações iniciais* - descreve a pertinência e os objectivos do presente trabalho. Fornece uma visão geral sobre a dissertação.

Capítulo 2: *Movimentos do solo associados a escavações* - apresenta uma revisão da literatura relativamente a assentamentos, escavações e danos sofridos nas estruturas causados por estes.

Capítulo 3: *Modelo de viga alta: solução analítica* - fornece uma explicação e avaliação de dois modelos distintos, propostos por diferentes, para a avaliação do dano nas estruturas. É tido em conta uma ampliação da adequabilidade dos métodos.

Capítulo 4: *Modelo de viga alta: solução numérica* - apresenta uma aplicação numérica dos métodos analíticos e fornece uma avaliação e avalia se a modelação de um edifício como uma viga elástica pode constituir metodologia adequada para a consideração dos efeitos de interacção solo-estrutura.

Capítulo 5: *A influência das aberturas no comportamento da estrutura* - apresenta uma aplicação numérica juntamente com uma retroanálise para obter a variação da rigidez da estrutura resultante da incidência dos deslocamentos induzidos por escavações, na largura e altura da estrutura, e das aberturas existentes.

Capítulo 6: *Conclusões* - apresenta as conclusões que podem ser retiradas do presente estudo.

Capítulo 2

Movimentos do solo associados a escavações

2.1 Introdução

A realização de escavações provoca deslocamentos no solo e estruturas na sua proximidade. Esses deslocamentos dependem das condições do solo (como o estado de tensão inicial, a estratigrafia, a presença de água) e do método de construção utilizado (como o tipo de cortina, o faseamento construtivo, rigidez da cortina e dos sistemas de suporte). Ocorrem devido à alteração do estado de tensão no solo à medida que parte das cargas são transferidas do solo para o sistema de suporte¹, à drenagem do solo, ao tratamento ou modificação do solo, à instalação de fundações ou pela operação do equipamento geral.

Os movimentos do solo podem ser agrupados em três categorias (Boscardin e Walker, 1998):

1. Movimentos associados a deslocamentos na cortina à medida que é realizada a escavação e sua construção.
2. Movimentos associados a ligeiros deslocamentos na cortina, em curtos períodos durante a instalação de escoras e (ou) ancoragens.
3. Grandes movimentos do solo, relativos a estabilidade da base, piping e excessos de escavação.

A concepção de todo o plano de escavação e execução do sistema de suporte deve garantir a inexistência dos movimentos do tipo 3. Por este motivo, a previsão da resposta da estrutura tem geralmente em consideração os deslocamentos dos tipos 1 e 2.

As escavações realizadas em meio urbano (Figura 2.1) utilizam, habitualmente, soluções que visam minimizar os deslocamentos por elas induzidos. Essas soluções passam, por exemplo, pelo recurso a cortinas escoradas, ancoradas ou utilizando técnicas de construção *top-down*. Em

¹Parte das cargas irão ser suportadas pela base da escavação.



Figura 2.1: Realização de escavação para a construção do metro do Porto na Av. dos Aliados (Fonseca, 2009).

qualquer caso, a realização de uma escavação provoca sempre algum movimento da cortina e do terreno suportado. A cortina sofre, sobretudo, movimento lateral e o terreno suportado acompanha-a e sofre também assentamentos. Estes movimentos afectam as estruturas adjacentes, causando-lhes, eventualmente, dano estrutural. Podem ser caracterizados, como se verá, pela soma de dois efeitos: distorção (devido a assentamentos diferenciais) e extensão horizontal.

Tipicamente, dois terços ou mais do deslocamento horizontal da estrutura de suporte está relacionada com a fase construtiva de escavação e aplicação de sistemas de suporte e um terço do deslocamento horizontal pode ocorrer durante a remoção de sistemas de suporte e aterros, na fase final (Boscardin e Walker, 1998). Os movimentos do solo associados a escavações a céu aberto desenvolvem-se em períodos de tempo que podem levar semanas a meses e, em certos casos, a remoção do sistema de suporte ou de aterros pode ocorrer vários anos após o início da escavação.

2.2 Definições

Por forma a simplificar a simbologia dispersa e variada existente na literatura que descreve os movimentos das estruturas, Burland e Wroth (1974) propuseram uma série de definições consistentes baseadas em deslocamentos de pontos discretos na fundação de uma estrutura (ver Figura 2.2), que serão adoptados no presente trabalho.

Os termos definidos são:

- Deslocamento vertical máximo (S_{max}): valor máximo do deslocamento vertical da fundação da estrutura (ver Figura 2.2a).
- Rotação ou declive (θ): mudança de inclinação de uma linha que liga dois pontos (tem-se como exemplo AB da Figura 2.2a).

- Deformação angular (α): rotação relativa entre duas linhas que se unem num ponto. É positiva para um perfil convexo e negativa para um perfil côncavo (entende-se por perfil convexo aquele em que a concavidade está voltada para cima, como representado na Figura 2.2).
- Deflexão relativa (δ): deslocamento vertical de um ponto relativo à linha que conecta dois pontos extremos de referência (ver Figura 2.2b).
- Índice de deflexão (δ/L): razão entre δ e L , sendo L a distância entre os dois pontos de referência a partir dos quais δ foi definido (ver Figura 2.2b).
- Inclinação (ω): rotação de corpo rígido da estrutura ou grande parte desta (ver Figura 2.2c).
- Distorção angular (β), ou rotação relativa: rotação da linha que liga dois pontos relativos à inclinação ω (ver Figura 2.2c). Nem sempre é simples a identificação da inclinação ω e a evolução da distorção angular β .
- Extensão horizontal (ε_h): relação entre o incremento de largura Δ_L e a largura L (ver Figura 2.3).

2.3 Dano estrutural

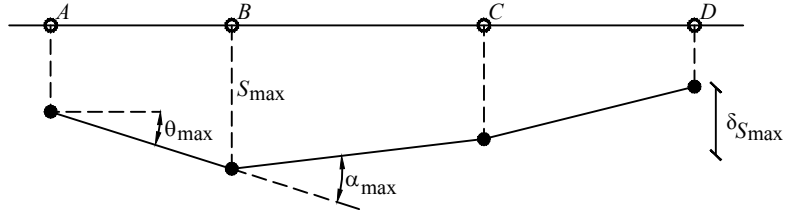
Os movimentos da estrutura provocados por escavações podem causar-lhe danos estruturais. Um movimento uniforme de translação ou rotação de corpo rígido pouco afectará a estrutura; no entanto, poderá ultrapassar os estados limites de utilização e romper ligações com estruturas vizinhas (Figura 2.4). Isto é, caso haja um movimento excessivo, a inclinação da estrutura (ω) poderá limitar a sua utilização/funcionamento.

A descrição dos movimentos que podem causar dano à estrutura é feita com base nos parâmetros definidos na secção anterior. Os parâmetros e os critérios a eles associados que permitem caracterizar o dano têm variado ao longo do tempo. Há critérios muito simplificados que se baseiam na definição de um assentamento máximo admissível ou num assentamento diferencial máximo admissível. Um critério mais evoluído é o da distorção angular.

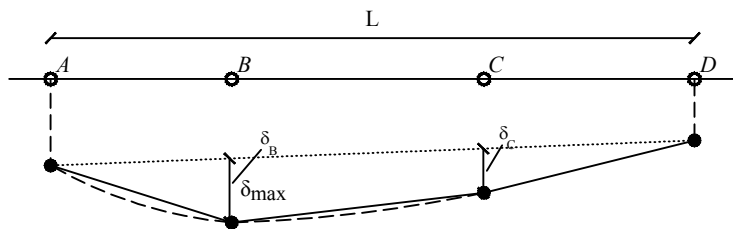
Este critério, inicialmente introduzido por Skempton e MacDonald (1956), estabeleceu, para pórticos de betão armado com alvenaria, o valor limite de $\beta = 1/300$ a partir do qual consideram que se inicia a fissuração. Posteriormente Bjerrum (1963) confirmou este valor num estudo que incluiu também outras estruturas e funcionalidades (Tabela 2.1).

Na evolução do critério de Skempton e MacDonald (1956), Meyerhof (1956) estudou separadamente as estruturas em pórtico e em alvenaria, obtendo valores de β correspondentes ao início da fissuração que varia entre $1/2000$ (para alvenaria estrutural) e $1/300$ (para pórticos sem alvenaria).

a)



b)



c)

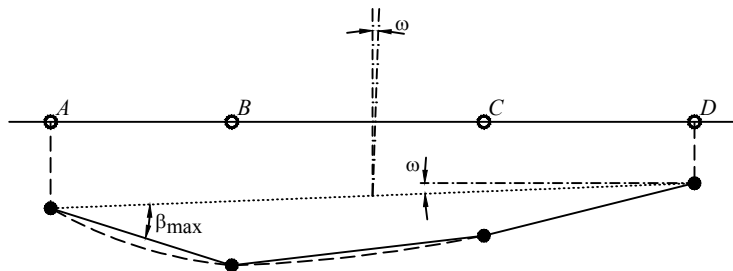


Figura 2.2: Definições do movimento do solo e da fundação.

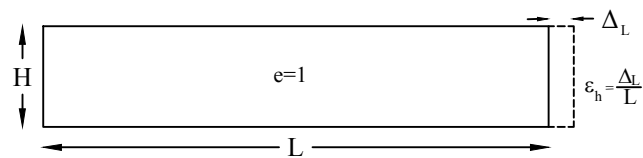


Figura 2.3: Definição de extensão horizontal.



Figura 2.4: Exemplo de distorção em edifícios: a) devido a assentamentos diferenciais; b) devido a escavação adjacente (Fujian University of Technology, 2009).

Tabela 2.1: Limites de β em estruturas (Bjerrum, 1963).

β	Limites
1/100	Dano estrutural
1/200	Inclinação visível de edifícios altos e rígidos
1/300	Primeira fissura visível
1/500	Segurança de edifícios que não permitem fissuração
1/600	Pórticos na diagonal
1/800	Máquinas sensíveis a assentamentos

Estes resultados são resumidos na Tabela 2.2 que reúne os valores de β obtidos pelos autores indicados, com início da fissuração visível, para estruturas suportando apenas o seu peso próprio. Alguns dos autores indicados na Tabela 2.2 definiram, para além dos valores de β correspondentes ao início da fissuração visível, valores desta grandeza correspondentes ao dano estrutural. Tais valores são apresentados na Tabela 2.2 dentro de parêntesis.

Skempton e MacDonald (1956) e Bjerrum (1963) admitem que uma distorção angular de 1/500 representa um valor ideal para limitar a deformação e fissuração da estrutura, devendo procurar evitar-se valores superiores. Por outro lado, as distorções de 1/100 são claramente visíveis sendo que, a partir de 1/150 estas revelam-se indesejáveis (Burland, 2001).

Polshin e Tokar (1957) estudaram separadamente estruturas em pórtico, com e sem alvenaria, e estruturas constituídas somente por alvenaria. Com as últimas efectuaram um estudo em dois

Tabela 2.2: Comparação entre os valores de β indicados por diferentes autores para o início de fissuração visível (entre parêntesis são indicados os valores de β correspondentes ao dano estrutural).

Tipos de Estruturas	β		
	Skempton e MacDonald 1956	Mayerhof 1956	Bjerrum 1963
Pórticos sem Alvenaria		1/300	
Pórticos com Alvenaria	1/300 (1/150)	1/500	1/300 (1/100)
Alvenaria Estrutural		1/2000	

tipos de solo, areias e argilas moles. Estabeleceram como critério a relação δ/L e introduziram a importância da relação entre a largura e a altura do edifício. Ao contrário dos critérios anteriormente resumidos na Tabela 2.2, os definidos por Polshin e Tokar (1957) consideram os deslocamentos da estrutura ao longo de períodos de tempo longos. Os valores de δ/L obtidos por estes autores para o início da fissuração visível são apresentados na Tabela 2.3.

Tabela 2.3: Comparação entre os valores de δ/L indicados por Polshin e Tokar (1957) para o início de fissuração visível.

Tipos de Estruturas	δ/L	
Pórticos sem Alvenaria	1/200	
Pórticos com Alvenaria	1/500	
Alvenaria Estrutural	$L/H < 3$	$L/H > 3$
- em areias	1/3000	1/3000
- em argilas moles	1/4000	1/7000

A partir das Tabelas 2.2 e 2.3 verifica-se que:

1. Os valores indicados pelos diferentes autores para o início de dano estrutural, para o qual há dados de diferentes autores, não variam substancialmente.
2. Os valores indicados são tanto menores quanto mais rígida for a estrutura.

2.4 Categorias de dano estrutural

A estimativa do grau de dano estrutural é um assunto subjectivo que pode estar dependente de vários factores, tais como: experiência em obras já desenvolvidas no local, a própria função da estrutura, a experiência e cautela do engenheiro, condições de serviço, valor de mercado, etc. À partida, todas as estruturas sofreram um certo dano relativamente a assentamentos de fundações, tendo como resultado fissuras e, no mínimo, pequenas degradações estéticas da estrutura².

Desta degradação distingue-se três categorias (Burland, 2001):

²Pequenos danos que poderão ser reparados com regular manutenção no revestimento estrutural.

1. Degradação estética.
2. Degradação de serviço/utilização.
3. Degradação de estabilidade.

À medida que as deformações aumentam, o dano que afecta a estrutura vai progredir entre estas três categorias. Através destas três categorias Burland e Wroth (1974) definiram a classificação de dano apresentada na Tabela 2.4. A tabela subdivide-se em 6 categorias de dano, numeradas de 0 a 5, crescendo no grau de dano estrutural. Normalmente as categorias 0, 1 e 2 estão relacionadas com condições de estética, 3 e 4 com condições de serviço e 5 representa o dano que afecta a estabilidade estrutural.

Tabela 2.4: Classificação de dano relacionada com fissuras visíveis e condições de reparação (Burland e Wroth, 1977).

Categoria do Dano	Gravidade	Descrição de dano	Reparação
0	Desprezível	Fissuras com $0,1mm$	Facilmente reparáveis.
1	Muito Leve	Fissuras com $1mm$	Facilmente reparáveis.
2	Leve	Fissuras com $5mm$	Facilmente preenchidos, poderão ser necessários cuidados para manter as condições térmicas.
3	Moderado	Fissuras com $5mm$ a $15mm$	Novo revestimento, poderão requerer substituição de algumas paredes.
4	Grave	Fissuras com $15mm$ a $25mm$	Reconstrução de algumas paredes, especialmente em zonas de mudança de rigidez, como em portas e janelas.
5	Muito Grave	Fissuras $> 25mm$	Parcial ou completa reconstrução

A Tabela 2.4 é baseada na dificuldade de reparação estrutural, tendo em conta a dificuldade de acessibilidade para a reparação, tanto interior como exterior. Há que ter em conta que a tabela refere-se a danos num dado momento; não tem em consideração o seu desenvolvimento no tempo nem possíveis degradações de materiais. Apesar da dificuldade de reparação se apresentar na tabela como uma correspondente descrição de dano, deve entender-se tal correspondência a título indicativo. De acordo com Burland e Wroth (1974) o aspecto importante é a dificuldade de reparação. A tabela encontra-se definida a partir de resultados empíricos de vários tipos de alvenaria e não é directamente adaptável a estruturas de betão armado.

A divisão entre as categorias 2 e 3 de dano é extremamente importante pois traduz um grande incremento de dificuldades de reparar a estrutura. Normalmente, quando o dano de uma estrutura excede a categoria 2, está relacionado com movimentos do solo.

2.5 Conceito de extensão máxima

Polshin e Tokar (1957) desenvolveram a ideia de que o início do dano estrutural (fissuras visíveis) poderia estar directamente relacionado com a ocorrência de uma extensão máxima (ε_{max}) na estrutura. Tornou-se, assim, um parâmetro fundamental a identificar por forma a saber para que extensão ocorrerá a primeira fissura visível.

Burland e Wroth (1974) usaram o mesmo conceito definindo-o como extensão crítica. Fundamentaram-se nesta ideia relacionando-a com o início da fissuração numa viga, em que verificaram que a primeira fissura visível está associada directamente a um máximo de extensão admissível que não é sensível ao modo de deformação. Definiram-na como extensão crítica (ε_c). A propósito deste critério fizeram as seguintes observações:

- a) *Os valores de ε_c para os quais ocorre a primeira fissuração são muito similares para paredes de alvenaria ou alvenaria estrutural e encontram-se num intervalo de 0,05% a 0,1%.*
- b) *Para uma estrutura de betão armado os valores de ε_c para a primeira fissura visível baixam para 0,03% a 0,05%.*
- c) *Os valores acima referidos de ε_c são muito maiores do que os valores das deformações de tracção correspondentes à rotura por tracção.*
- d) *O início de fissuras visíveis não representa necessariamente um limite de condições de serviço. Desde que a fissuração seja controlada, é aceitável permitir deformações além do início da primeira fissuração.*

Burland et al. (1977) substituíram o conceito de extensão crítica (ε_c) por extensão limite (ε_{lim}). A importância deste desenvolvimento é que ε_{lim} pode ser usado como um parâmetro de condições de serviço que pode variar para ter em conta diferentes estados de limite de utilização.

Boscardin e Cording (1989) desenvolveram este conceito para diferentes níveis de extensão limite onde usaram várias análises e monitorizações em estruturas que sofreram deformações por escavações na sua proximidade. Os autores verificaram que os danos apresentados na Tabela 2.4 podiam estar relacionados com a extensão limite (ε_{lim}). Desta forma propuseram a correlação apresentada na Tabela 2.5. Os valores relacionam a categoria do dano da estrutura, estando relacionado com as condições de serviço que são necessárias manter, e a capacidade da estrutura se deformar.

2.6 Conclusões

No presente capítulo foram descritas as várias metodologias de controlo do dano estrutural propostas pelos vários autores. Realça-se a introdução de dois métodos de cálculo:

Tabela 2.5: Relação entre classificação de danos e a extensão limite (Boscardin e Cording, 1989).

Categoria do Dano	Gravidade	Extensão Limite (ε_{lim}) (%)
0	Desprezável	0 - 0,05
1	Muito Leve	0,05 - 0,075
2	Leve	0,075 - 0,15
3	Moderado	0,15 - 0,3
4 a 5	Grave a Muito Grave	> 0,3

- Distorção angular, β , proposto por Skempton e MacDonald (1956).
- Índice de Deflexão, δ/L , proposto por Polshin e Tokar (1957).

Estes autores estabeleceram, através de resultados empíricos, um valor limite para ambos os critérios, em que Polshin e Tokar (1957) entraram em consideração com o factor tempo nos seus limites atribuídos.

Através de ambos os métodos propostos, outros autores (tais como Meyerhof (1956), Burland e Wroth (1974), Burland et al. (1977), Boscardin e Cording (1989)) desenvolveram estudos na tentativa de interligar as deformações da estrutura com os danos nela sofridos. Salienta-se, assim, a introdução de um novo critério, por Polshin e Tokar (1957), que relaciona as fissurações na estrutura com um excesso de extensão, ε_{max} . Através deste mesmo critério Burland e Wroth (1974) associaram o início da fissuração numa viga definindo-o como extensão crítica, ε_c , mais tarde substituído por extensão limite, ε_{lim} , por Burland et al. (1977) que desenvolveram patamares de ε_{lim} sendo possível ser usado como um parâmetro de condições de serviço, correlacionando assim o dano nas estruturas com a facilidade de reparação do dano.

Capítulo 3

Modelo de viga alta: solução analítica

3.1 Introdução

A maioria dos danos nos edifícios ocorrem devido a fissurações causadas pelo facto da resistência à tracção dos materiais ser ultrapassada. Os estudos que relacionaram os assentamentos causados pelo próprio peso dos edifícios com o dano sofrido foram realizados por Skempton e MacDonald (1956) e Polshin e Tokar (1957).

Burland e Wroth (1974) deram sequência ao estudo feito por Polshin e Tokar (1957) e fizeram uma abordagem analítica do aparecimento de fissuras visíveis nas paredes dos edifícios. Estes autores propuseram um modelo que relaciona a deformação do solo com a deformação estrutural em que consideram um edifício como uma viga alta (ver Figura 3.1), por forma a analisar a sua fissuração. Neste modelo consideraram o material como elástico-linear, isotrópico e a viga de altura H , de largura L e espessura e , tendo como objectivo explorar o modelo por forma a obter o índice de deflexão (δ/L) para o qual a fissuração é iniciada. A fissuração não é, portanto, verdadeiramente simulada, considerando-se que ocorre quando dada deformação é atingida. Com efeito, Burland et al. (1977) admitiram que o aparecimento de uma fissura num dado material está directamente associado a uma extensão limite. Além disso, confirmaram que este relacionamento está em concordância com casos registados de edifícios danificados devido a assentamentos.

Mais tarde, Boscardin e Cording (1989) estudaram o dano em edifícios associado a movimentos do solo causados por escavações e projectos de túneis, ao passo que nos trabalhos anteriores os danos se deviam apenas ao peso próprio e resultavam de assentamentos de fundação. Os autores deram continuidade ao estudo efectuado por Burland e Wroth (1974) onde usaram o mesmo modelo analítico alterando-o por forma a explorarem-no através da análise da distorção angular (β).

Como referido, há autores que optam por analisar a deformação de acordo com o índice de deflexão (δ/L) e outros que optam pela distorção angular (β). Inicialmente, os estudos foram desenvolvidos apenas com incidência no parâmetro δ/L (Burland e Wroth, 1974), no entanto,

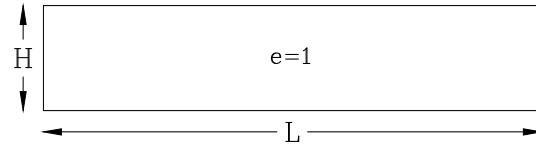


Figura 3.1: Modelo de cálculo - Viga Alta.

Boscardin e Cording (1989) analisaram a distorção estrutural através do parâmetro β . Mais tarde Burland (2001), na sequência dos estudos realizados por Burland e Wroth (1974), justificou que o parâmetro β traria desvantagens no cálculo da distorção da estrutura (tratado na subsecção 3.5.1). Os respectivos autores nos seus desenvolvimentos apenas apresentaram uma avaliação do dano para um rácio L/H de 1. Nas análises efectuadas respectivas a δ/L por Burland e Wroth (1974) e a β por Boscardin e Cording (1989) apenas foi apresentado o seu desenvolvimento para um carregamento definido com uma carga pontual a meio vão do modelo de cálculo.

Com o intuito de analisar as diferenças entre ambas as abordagens, foi efectuado no presente capítulo um estudo paramétrico e um resumo dos modelos que foram propostos para prever e estimar a ocorrência de dano estrutural. Na sequência destes, tem-se como objectivo calcular as extensões no modelo de cálculo obtendo a índice de deflexão (δ/L) e a distorção angular (β) para a qual a fissuração é iniciada, quando a capacidade resistente dos materiais é excedida.

Deste modo, para o presente estudo do dano devido a escavações, foi usado vários rácios de L/H , duas distribuições de carregamento (carga pontual e uma carga uniformemente distribuída), e a sobreposição de duas abordagens de cálculo:

a) Numa primeira abordagem foi tido em conta uma análise do problema das escavações análoga à do problema dos assentamentos nas estruturas, em que os danos devidos às escavações são modelados por uma distribuição de carregamento (carga pontual e uma carga uniformemente distribuída), dando sequência e completando o estudo de Burland e Wroth (1974).

b) Numa segunda abordagem foram introduzidas deformações específicas da realização de escavações, completando os estudos de Boscardin e Cording (1989) e de Burland (2001).

A abordagem a) será tratada na secção 3.2; a b) na secção 3.3.

3.2 Flexão e corte de viga alta

Segundo Burland e Wroth (1974) a deformação de uma viga não é sensível ao tipo de carregamento imposto (pontual a meio vão ou uniformemente distribuído). Portanto, os autores apenas apresentaram o estudo para o índice de deflexão e a distorção angular para o carregamento definido como pontual.

Nesta secção desenvolvem-se as equações respectivas ao deslocamento, e posteriormente respectivas ao índice de deflexão e à distorção angular, para dois tipos de carregamento:

- Carregamento pontual.
- Carregamento uniformemente distribuído.

3.2.1 Flecha de viga alta devido a carregamento pontual e uniformemente distribuído

Considere-se a viga alta apresentada na Figura 3.2 com uma espessura e unitária, largura L e altura H , sujeita aos carregamentos pontual (Figura 3.2a) ou uniformemente distribuído (Figura 3.2b) indicados.

Tratando-se de uma viga alta, a estrutura representada na Figura 3.2 terá, devido aos carregamentos, deslocamentos por flexão, δ_b , e por corte, δ_d (ver Figura 3.3).

Assim, de acordo com Timoshenko (1957), a expressão que determina a flecha a meio vão, considerando ambas as deformações, é dada por:

- Para uma carga pontual aplicada P (ver Figura 3.2a):

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI_z} + \frac{\alpha PL}{4GH} = \frac{PL^3}{48EI_z} \left(1 + 18 \frac{I_z}{HL^2} \frac{E}{G}\right) \quad (3.1)$$

em que P representa a carga pontual, E o módulo de elasticidade do material, I_z a inércia à flexão, G o módulo de distorção do material e α é um valor numérico pelo qual a tensão de corte é multiplicada de forma a obter a tensão de corte máxima. Para uma secção rectangular α é dado por $3/2$ ¹, não dependendo da posição da linha neutra.

A flecha relativa à parcela da flexão, neste caso, para a carga pontual, pode ser calculada recorrendo ao PTV. Demonstra-se na ilustração da Figura 3.4 sistema compatível, ou real, para o cálculo do PTV. O sistema equilibrado, ou virtual, é obtido da mesma forma substituindo-se a força P por uma força fictícia, unitária. Desta forma, obteve-se:

¹Este valor representa o factor pelo qual a tensão de corte médias deve ser multiplicada por forma a obter a tensão de corte no centróide da secção transversal. De uma forma sucinta, a área da parábola representada em (1) e (2) da Figura 3.7, para ambas as posições da linha neutra, multiplicada pela espessura e da secção, toma o valor de $2/3(\tau_{xy})_{max}He = P$, por conseguinte: $(\tau_{xy})_{max} = 3/2(P/H)$.

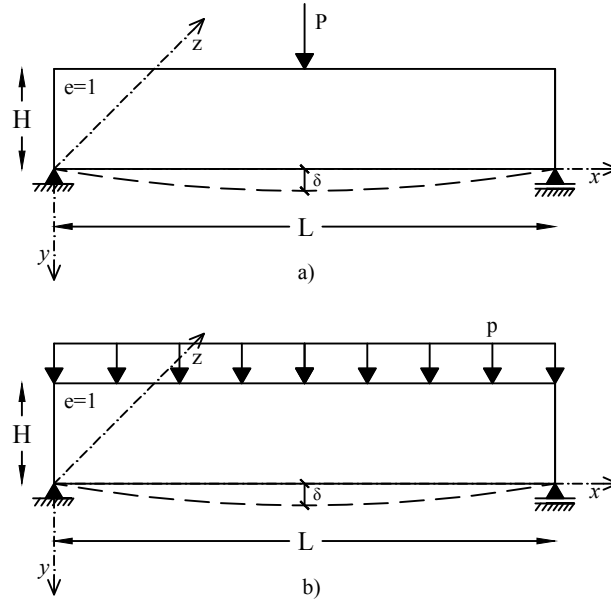


Figura 3.2: Modelo de cálculo de viga alta (idealização de uma estrutura): a) com carga pontual aplicada; b) com carga uniformemente aplicada.

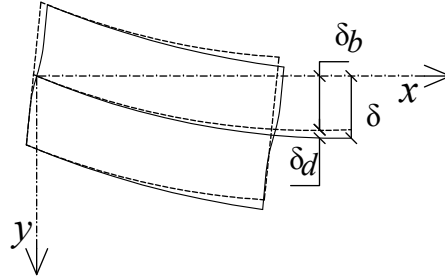


Figura 3.3: Deslocamento total em viga alta (δ) provocado pela deformação por flexão (δ_b) e por corte (δ_d).

$$\delta_b = \int_0^L \frac{m_i M_j}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \frac{L}{2} \frac{PL}{4} \cdot \frac{2}{3} \frac{1L}{4} \cdot 2 \right) = \frac{PL^3}{48EI_z} \quad (3.2)$$

em que m representa o diagrama de esforço unitário correspondente ao sistema equilibrado e M representa o diagrama de esforços correspondente ao sistema compatível - neste caso, relativamente à carga pontual a meio vão, representado na Figura 3.4.

Da mesma forma, para o esforço transversal, tem-se:

$$\delta_d = \int_0^L \frac{v_i V_j}{GA} dx = \frac{1}{GA} \left(\frac{P}{2} \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \right) \frac{1}{2} = \frac{PL}{4GH} \quad (3.3)$$

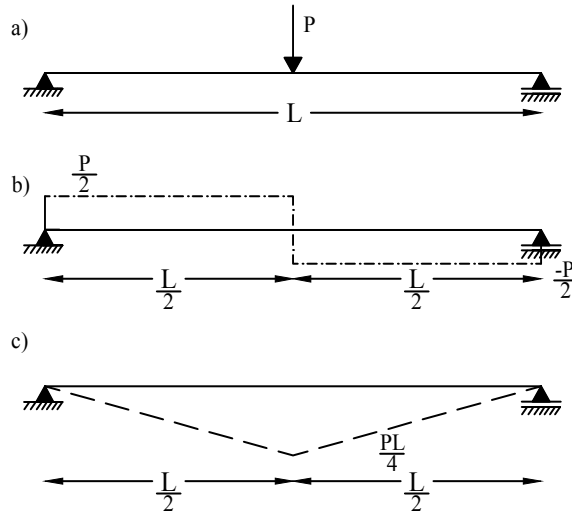


Figura 3.4: Sistema compatível para o cálculo de deslocamentos aplicando o PTV, para uma carga pontual a meio vão. a) diagrama de cargas; b) diagrama de esforço transversal (V); c) diagrama de momentos (M).

em que $e = 1$ e $A = He$, v representa o diagrama de esforço unitário correspondente ao sistema equilibrado e V representa o diagrama de esforços correspondente ao sistema compatível - neste caso, relativamente à carga pontual a meio vão, representado na Figura 3.4.

- Para uma carga uniformemente distribuída aplicada (ver Figura 3.2b):

$$\delta = \frac{5pL^4}{384EI_z} + \frac{\alpha pL^2}{8GH} = \frac{5pL^4}{384EI_z} \left(1 + \frac{72}{5} \frac{I_z}{HL^2} \frac{E}{G}\right) \quad (3.4)$$

em que p representa a carga uniformemente distribuída.

A flecha respectiva à parcela da flexão, para o carregamento uniformemente distribuído, como no caso anterior, pode ser calculada recorrendo ao PTV. Demonstra-se na ilustração da Figura 3.5 sistema compatível, ou real, para o cálculo do PTV. O sistema equilibrado, ou virtual, é obtido da mesma forma substituindo-se a força p por uma força fictícia, unitária. Desta forma, obteve-se:

$$\delta_b = \int_0^L \frac{m_i M_j}{EI} dx = \frac{5pL^4}{384EI_z} \quad (3.5)$$

em que m representa o diagrama de esforço unitário correspondente ao sistema equilibrado e M representa o diagrama de esforços correspondente ao sistema compatível - neste caso, relativamente ao carregamento uniformemente distribuído, representado na Figura 3.5.

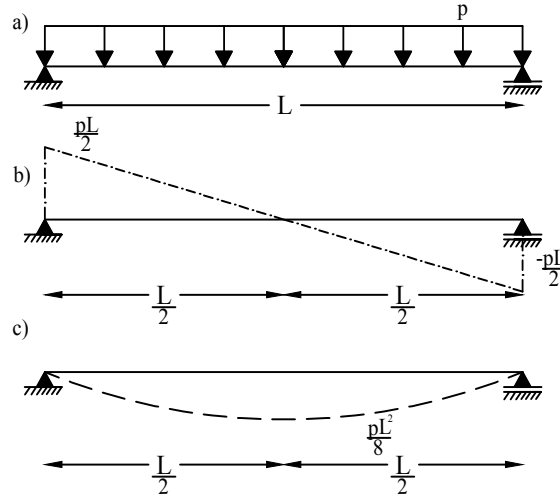


Figura 3.5: Sistema compatível para o cálculo de deslocamentos aplicando o PTV, para uma carga uniformemente distribuída. a) diagrama de cargas; b) diagrama de esforço transverso (V); c) diagrama de momentos (M).

A flecha adicional devido ao esforço transversal para qualquer secção é dada por:

$$\delta_d = \int_0^L \frac{v_i V_j}{GA} dx = \frac{pL^2}{8GH} \quad (3.6)$$

em que v representa o diagrama de esforço unitário correspondente ao sistema equilibrado e V representa o diagrama de esforços correspondente ao sistema compatível - neste caso, relativamente carregamento uniformemente distribuído, representado na Figura 3.5.

Faz-se igualmente notar que esta parcela do deslocamento devido ao corte, δ_d , não depende da posição da linha neutra.

Usando a equação 3.1 dá-se como exemplo duas relações de L/H e os seus deslocamentos concordantes:

1) Para $P = 100kN$, $E = 1GPa$, $G = 0,3846GPa$, e uma relação de L/H de 10, tem-se:

$$\delta_b = 25mm \quad \text{e} \quad \delta_d = 0,975mm, \text{ em que } \delta_d \text{ representa } 3,75\% \text{ da flecha total.}$$

2) Para $P = 100kN$, $E = 1GPa$, $G = 0,3846GPa$, e uma relação de L/H de 1,5, tem-se:

$\delta_b = 0,084mm$ e $\delta_d = 0,146mm$, em que δ_d representa 63,41% da flecha total.

A partir dos resultados acima expostos conclui-se que, para uma relação de L/H de 10 o efeito da parcela respectiva ao corte é de 4% e, a partir da equação 3.4, com a mesma relação de L/H , o efeito da parcela do corte é de 3%. Contudo, para uma relação de L/H de 1,5 o efeito da parcela respectiva ao corte é de 63% e a partir da equação 3.4, com a mesma relação de L/H , o efeito da parcela do corte é de 58%. Analisando estes resultados, tem-se que a deformação por corte é, assim, tanto maior quanto menor a relação L/H (Timoshenko, 1957).

3.2.2 Extensão máxima por flexão e por corte em viga alta

Na secção anterior foram apresentadas as equações do deslocamento para uma carga pontual a meio vão e para carregamento uniformemente distribuído. Pretende-se agora calcular as extensões máximas para os mesmos casos. Teve-se em consideração separadamente as deformações por flexão (ver Figura 3.6) e por corte (ver Figura 3.7). Por outro lado, teve-se em conta as duas posições da linha neutra anteriormente referidas.

Burland e Wroth (1974) sugerem que para uma deformação do tipo convexa² (deformação do edifício com concavidade voltada para cima, Figura 3.8a) a linha neutra deve ser localizada no centro da secção. Porém, para uma deformação do tipo côncava³ (deformação do edifício com concavidade voltada para baixo, Figura 3.8b), o solo restringe a deformação da estrutura em que, no limite, a base da estrutura não sofre qualquer deformação, o que implica que o eixo da linha neutra se localize na base da secção da viga. É importante referir que, para a linha neutra situada na base da secção, apenas interessa estudar o perfil em curvatura côncava em relação à linha neutra. Por outro lado, para a linha neutra situada no centro da secção apenas interessa estudar o perfil em curvatura convexa.

Deste modo foram analisadas duas situações: na primeira foi considerada a posição da linha neutra no centro da secção, (1) da Figura 3.6 e da Figura 3.7, e na segunda foi considerado a linha neutra situada na base da secção, (2) da Figura 3.6 e da Figura 3.7. Desta forma, efectuou-se, para ambos os casos, o cálculo das extensões máximas.

Para a deformação por flexão, a máxima tensão normal incide no topo da secção, ilustrado na Figura 3.6. Para a deformação por corte a máxima tensão de corte está inclinada a 45°, ilustrado na Figura 3.7.

O valor da extensão devido à flexão (ε_b) é dado por:

² *Sagging profile.*

³ *Hogging profile.*

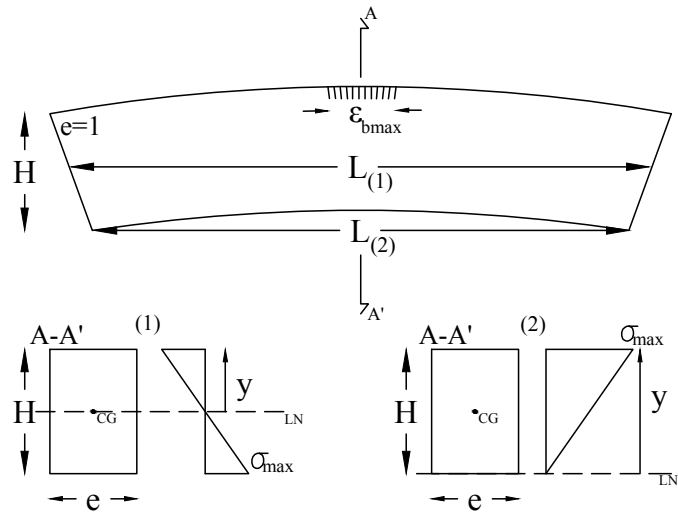


Figura 3.6: Deformação por flexão: (1) Linha Neutra situada no centro da seção; (2) Linha Neutra situada na base da seção.

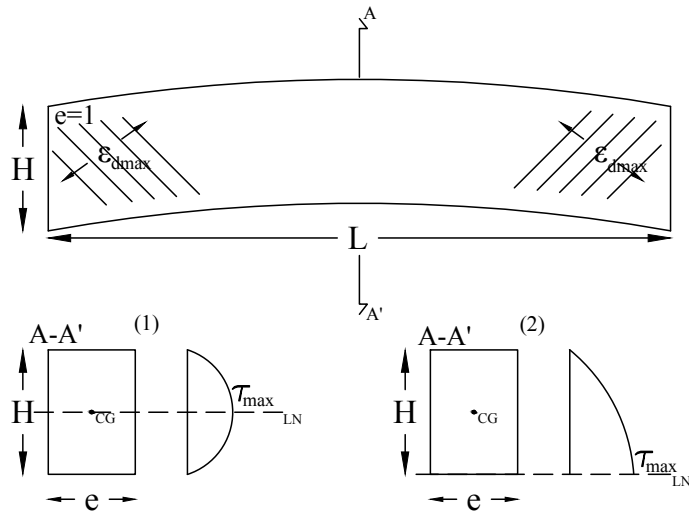


Figura 3.7: Deformação por corte: (1) Linha Neutra situada no centro da seção; (2) Linha Neutra situada na base da seção.

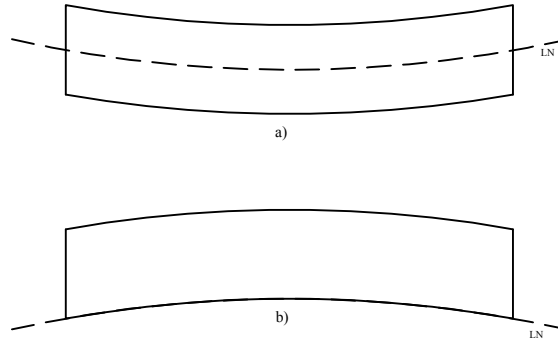


Figura 3.8: Deformação de um edifício: a) convexa; b) côncava

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma}{E} = \frac{M}{EI_z} y \quad (3.7)$$

em que M é o momento a actuar na estrutura e y e I_z dependem da posição da linha neutra.

Para obter a extensão de flexão máxima (ε_{bmax}), cada termo toma os seguintes valores:

- Para a linha neutra no centro, (1) da Figura 3.6:

$$\frac{y}{H} = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad I_z = \frac{H^3}{12} \quad \text{resultando:}$$

$$\varepsilon_{bmax} = 6 \frac{M}{EH^2} \quad (3.7a)$$

- Para a linha neutra na base, (2) da Figura 3.6:

$$\frac{y}{H} = 1 \quad \text{e} \quad I_z = \frac{H^3}{3} \quad \text{resultando:}$$

$$\varepsilon_{bmax} = 3 \frac{M}{EH^2} \quad (3.7b)$$

O valor da deformação máxima devido ao corte é dado por:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{VQ}{GI_z e} \quad (3.8)$$

em que o momento estático (Q) e a inércia (I_z) dependem da posição da linha neutra, V representa o esforço de corte a actuar na secção e e a respectiva espessura.

Contudo, esta extensão de corte representa, através da *lei de Hooke*, uma deformação de corte de engenharia (γ), dada como a deformação total de corte no plano $x - y$ (ver Figura 3.9a). A

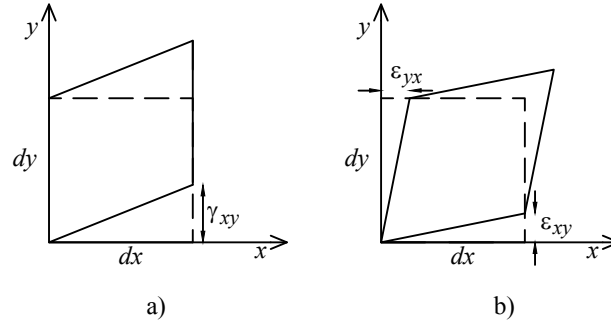


Figura 3.9: Deformação de corte puro, a). Deformação de corte total ou de “engenharia” b).

extensão de corte puro (ϵ_{xy}) é a média da tensão de corte em x pela direcção y , e em y ao longo de x (ver Figura 3.9b), representando, assim, metade de γ : $\gamma_{xy} = \epsilon_{xy} + \epsilon_{yx} = 2\epsilon_{xy}$.

Desta forma, a tensão de corte toma a forma de: $\tau_{xy} = G\gamma_{xy}$, do mesmo modo, $\tau_{xz} = G\gamma_{xz}$ e $\tau_{yz} = G\gamma_{yz}$, e γ pode ser definido como: $\gamma_{xy} = 2\tau_{xz}(1 + \nu)/E$

O módulo de distorção (G), equivalente à segunda constante de Lamé (μ), é definido pelo rácio entre a tensão de corte e a extensão de corte de engenharia no plano de carga. Desta forma:

$$G = \frac{\tau_{xy}}{\epsilon_{xy} + \epsilon_{yx}} = \frac{\tau_{xy}}{2\epsilon_{xy}} = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}} = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.9)$$

Por conseguinte a extensão de corte (ϵ_d), para o cálculo, toma a seguinte forma:

$$\epsilon_d = \epsilon_{xy} = \frac{\gamma_{xy}}{2} = \frac{\tau_{xy}}{2G} = \frac{VQ}{2GI_z e} \quad (3.10)$$

Desta forma, para obter a extensão de corte máxima (ϵ_{bmax}), momento estático toma os seguintes valores:

- Para a linha neutra no centro, (1) (Figura 3.7):

$$Q = \int_{y_1}^{\frac{H}{2}} ey \, dy = \frac{H^2}{8} \quad \text{resultando:}$$

$$\epsilon_{dmax} = \frac{3}{4} \frac{V}{GH} \quad (3.11)$$

- Para a linha neutra na base, (2) (Figura 3.7):

$$Q = \int_{y_1}^H ey \, dy = \frac{H^2}{2} \quad \text{resultando:}$$

$$\epsilon_{dmax} = \frac{3}{4} \frac{V}{GH} \quad (3.12)$$

Como referido anteriormente, a parcela de deslocamento devido ao corte (δ_d) não depende da posição da linha neutra; note-se que ε_d também não depende.

3.2.3 Deflexão de viga alta

Pretende-se determinar, na presente secção, o índice de deflexão (δ/L). Para tal recorreu-se às equações 3.1 e 3.4, respectivas ao deslocamento para uma carga pontual e uniformemente distribuída, às equações 3.7a e 3.7b, respectivas à extensão máxima de flexão e às equações 3.11 e 3.12, respectivas à extensão máxima por corte.

Deste modo, com a utilização das equações de deslocamento, foram introduzidas as respectivas extensões máximas, por flexão (ε_{bmax}) e por corte (ε_{dmax}) calculadas na secção anterior, e foram desenvolvidas equações para cada tipo de carregamento considerado (ver Figura 3.2) por forma a obter o índice de deflexão (δ/L) tendo em conta, também, as possíveis posições da linha neutra.

3.2.3.1 Carga pontual

Dividindo o deslocamento δ , dado pela equação 3.1, por $L\varepsilon_{bmax}$, pode determinar-se a relação $\delta/(L\varepsilon_{bmax})$:

$$\frac{\delta}{L\varepsilon_{bmax}} = \frac{PL^2}{48EI_z\varepsilon_{bmax}} \left(1 + 18\frac{I_z}{HL^2}\frac{E}{G}\right) \quad (3.13)$$

Pretende-se agora calcular, para as duas posições da linha neutra referidas, a relação $\delta/(L\varepsilon_{bmax})$, usando a equação 3.13.

- Para a linha neutra no centro da secção, substituindo, na equação 3.13, ε_{bmax} dado pela equação 3.7a com $M = PL/4$, obteve-se:

$$\frac{\delta}{L \cdot \varepsilon_{bmax}} = \frac{PL^2}{48EI_z} \left(1 + 18\frac{I_z}{HL^2}\frac{E}{G}\right) \frac{EH^2}{6M} = \frac{L}{6H} + \frac{H}{4L}\frac{E}{G} \quad (3.14)$$

- Para a linha neutra na base da secção, substituindo, na equação 3.13, ε_{bmax} dado pela equação 3.7b com $M = PL/4$, obteve-se:

$$\frac{\delta}{L \cdot \varepsilon_{bmax}} = \frac{PL^2}{48EI_z} \left(1 + 18\frac{I_z}{HL^2}\frac{E}{G}\right) \frac{EH^2}{3M} = \frac{L}{12H} + \frac{H}{2L}\frac{E}{G} \quad (3.15)$$

Dividindo agora o deslocamento δ , dado pela equação 3.1, por $L\varepsilon_{dmax}$, pode determinar-se a relação $\delta / (L\varepsilon_{dmax})$:

$$\frac{\delta}{L \cdot \varepsilon_{dmax}} = \frac{PL^2}{48EI_z \cdot \varepsilon_{dmax}} \left(1 + 18 \frac{I_z}{HL^2} \frac{E}{G}\right) \quad (3.16)$$

Analogamente ao efectuado anteriormente, calcula-se para as duas posições da linha neutra a relação $\delta / (L\varepsilon_{dmax})$.

- Para a linha neutra no centro da secção substituindo, na equação 3.16, ε_{dmax} dado pela equação 3.11 com $V = P/2$, obteve-se:

$$\frac{\delta}{L \cdot \varepsilon_{dmax}} = \frac{PL^2}{48EI_z} \left(1 + 18 \frac{I_z}{HL^2} \frac{E}{G}\right) \frac{EH^2}{6M} = \frac{2}{3} \left(\frac{L}{H}\right)^2 \frac{G}{E} + 1 \quad (3.17)$$

- Para a linha neutra na base da secção substituindo, na equação 3.16, ε_{dmax} dado pela equação 3.12 com $V = P/2$, obteve-se:

$$\frac{\delta}{L \cdot \varepsilon_{dmax}} = \frac{PL^2}{48EI_z} \left(1 + 18 \frac{I_z}{HL^2} \frac{E}{G}\right) \frac{EH^2}{3M} = \frac{1}{6} \left(\frac{L}{H}\right)^2 \frac{G}{E} + 1 \quad (3.18)$$

Com estas equações obteve-se o gráfico da Figura 3.10a) que representa a relação $\delta / (L\varepsilon_{max})$ em função de L/H , com uma relação de E/G de 2,6. Neste gráfico tanto a máxima extensão por flexão como a máxima extensão por corte estão directamente relacionadas com a extensão limite, como referido na subsecção 3.2.2. Verifica-se, assim, que ao considerar-se a linha neutra no centro da secção, para valores de L/H menores que aproximadamente 0,65, é o corte que condiciona a deformação. Para o caso da linha neutra na base da secção estes valores tomam o valor de aproximadamente 1,30. Pode-se, então, considerar que com a linha neutra na base, para um carregamento pontual e para valores de E/G de 2,6 a deformação por corte é condicionante para maiores relações de L/H .

3.2.3.2 Carga uniformemente distribuída

O mesmo que se fez na subsecção 3.2.3.1 foi feito para a carga uniformemente distribuída. Assim, usando os mesmos passos, a partir da equação 3.4 de forma a obter a relação $\delta / (L\varepsilon_{bmax})$, tem-se:

$$\frac{\delta}{L\varepsilon_{bmax}} = \frac{5pL^3}{384EI_z\varepsilon_{bmax}} \left(1 + \frac{72}{5} \frac{I_z}{HL^2} \frac{E}{G}\right) \quad (3.19)$$

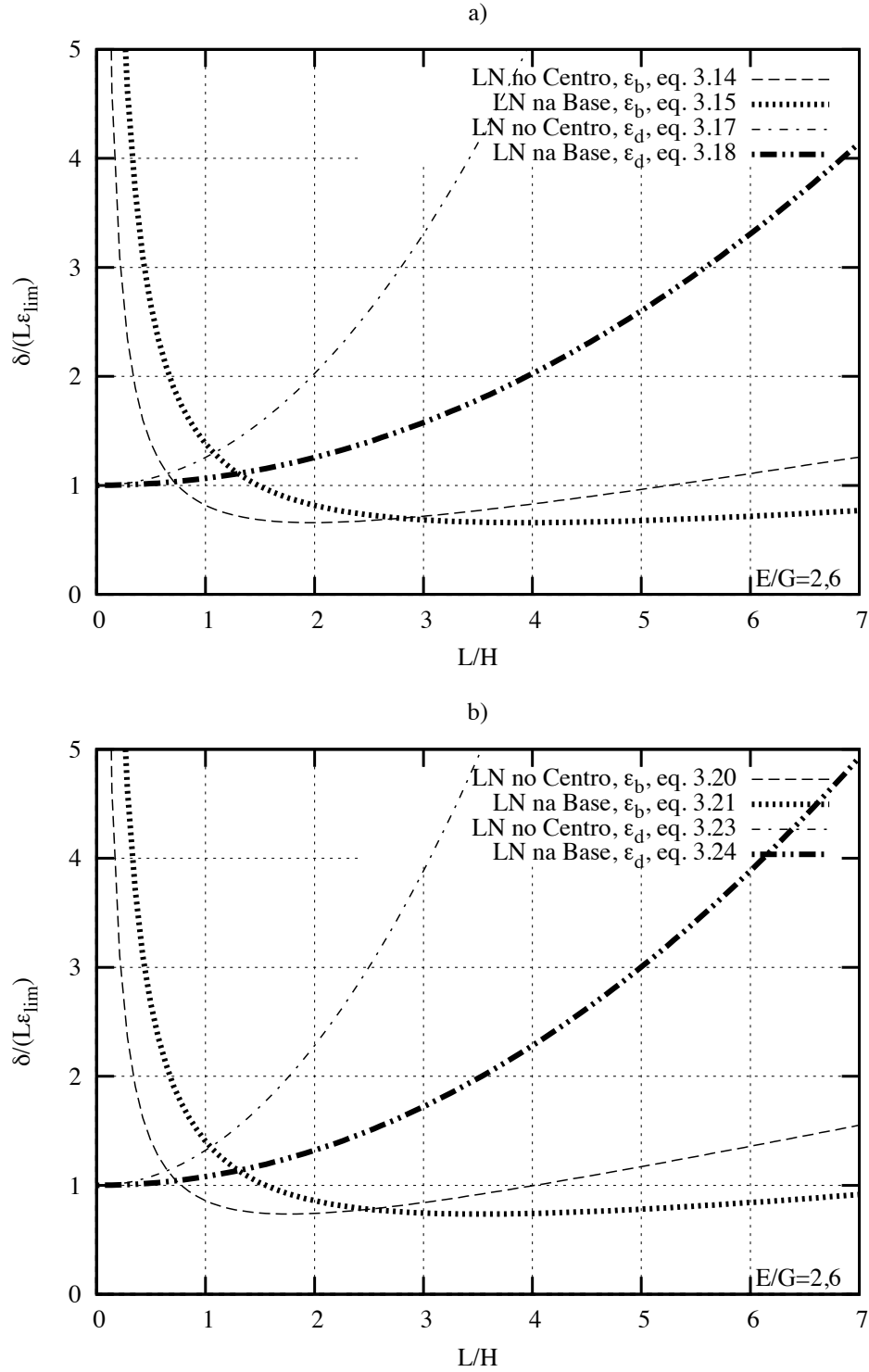


Figura 3.10: Comparação da relação $\delta/(L\epsilon_{lim})$ em função de L/H para ambas as posições da linha neutra com E/G de 2,6: a) com carga pontual aplicada; b) com carregamento uniformemente distribuído.

Analogamente ao efectuado para na subsecção 3.2.3.1, pretende-se agora calcular, para as duas posições da linha neutra referidas, a relação $\delta / (L\varepsilon_{bmax})$, usando a equação 3.19.

- Para a linha neutra no centro da secção substituindo, na equação 3.19, ε_b dado pela equação 3.7a com $M = PL^2/8$, obteve-se:

$$\frac{\delta}{L \cdot \varepsilon_{bmax}} = \frac{5}{48} \frac{L^2}{H \left(\frac{y}{H}\right)} \left(1 + \frac{72}{5} \frac{I_z}{HL^2} \frac{E}{G}\right) \frac{EH^2}{6M} = \frac{5}{24} \frac{L}{H} + \frac{3}{12} \frac{H}{L} \frac{E}{G} \quad (3.20)$$

- Para a linha neutra na base da secção substituindo, na equação 3.19, ε_b dado pela equação 3.7b com $M = PL^2/8$, obteve-se:

$$\frac{\delta}{L \cdot \varepsilon_{bmax}} = \frac{5}{48} \frac{L^2}{H \left(\frac{y}{H}\right)} \left(1 + \frac{72}{5} \frac{I_z}{HL^2} \frac{E}{G}\right) \frac{EH^2}{3M} = \frac{5}{48} \frac{L}{H} + \frac{H}{2L} \frac{E}{G} \quad (3.21)$$

O mesmo se fez para o corte, usando a equação 3.4 de forma a obter uma relação $\delta / (L\varepsilon_{dmax})$, tem-se:

$$\frac{\delta}{L\varepsilon_{dmax}} = \frac{5pL^3}{384EI_z\varepsilon_{dmax}} \left(1 + \frac{72}{5} \frac{I_z}{HL^2} \frac{E}{G}\right) \quad (3.22)$$

Analogamente ao efectuado anteriormente, calcula-se para as duas posições da linha neutra a relação $\delta / (L\varepsilon_{dmax})$.

- Para a linha neutra no centro da secção substituindo, na equação 3.22, ε_d dado pelas equações 3.10 e 3.11 com $V = P/2$, obteve-se:

$$\frac{\delta}{L \cdot \varepsilon_{dmax}} = \frac{5pL^3}{384EI_z} \left(1 + \frac{72}{5} \frac{I_z}{HL^2} \frac{E}{G}\right) \frac{EH^2}{6M} = \frac{5}{6} \left(\frac{L}{H}\right)^2 \frac{G}{E} + 1 \quad (3.23)$$

- Para a linha neutra na base da secção substituindo, na equação 3.22, ε_d dado pelas equações 3.10 e 3.12 com $V = P/2$, obteve-se:

$$\frac{\delta}{L \cdot \varepsilon_{dmax}} = \frac{5pL^3}{384EI_z} \left(1 + \frac{72}{5} \frac{I_z}{HL^2} \frac{E}{G}\right) \frac{EH^2}{3M} = \frac{5}{24} \left(\frac{L}{H}\right)^2 \frac{G}{E} + 1 \quad (3.24)$$

Assim como na subsecção 3.2.3.1, foi obtido o gráfico da Figura 3.10b) a partir das equações acima apresentadas. Este gráfico pode ser comparado com o da Figura 3.10a), obtido para uma

carga pontual. Verifica-se que os valores de L/H para os quais, na Figura 3.10b), a deformação por flexão passa a ser condicionante são praticamente os mesmos anteriormente referidos a propósito da Figura 3.10a).

As expressões finais para a relação $\delta/(L\varepsilon_{lim})$ encontram-se resumidas Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Comparação e resumo de resultados de $\delta/(L\varepsilon_{lim})$.

Carga	<i>Linha Neutra</i>	
	Centro	Base
Flexão ($\delta/(L\varepsilon_{bmax})$)		
Pontual	$\frac{L}{6H} + \frac{H}{4L} \frac{E}{G}$	$\frac{L}{12H} + \frac{H}{2L} \frac{E}{G}$
Unif. Distribuída	$\frac{5}{24} \frac{L}{H} + \frac{3}{12} \frac{H}{L} \frac{E}{G}$	$\frac{5}{48} \frac{L}{H} + \frac{H}{2L} \frac{E}{G}$
Corte ($\delta/(L\varepsilon_{dmax})$)		
Pontual	$\frac{2}{3} \left(\frac{L}{H}\right)^2 \frac{G}{E} + 1$	$\frac{1}{6} \left(\frac{L}{H}\right)^2 \frac{G}{E} + 1$
Unif. Distribuída	$\frac{5}{6} \left(\frac{L}{H}\right)^2 \frac{G}{E} + 1$	$\frac{5}{24} \left(\frac{L}{H}\right)^2 \frac{G}{E} + 1$

3.2.4 Distorção angular em viga alta

A definição da distorção angular (β), ou rotação relativa, foi feita na secção 2.2. Consiste na soma de duas rotações provocadas pelos esforços aplicados à viga através do carregamento. Uma relativa ao esforço de flexão, θ_M , e outra devido ao esforço de corte, θ_V , (ver Figura 3.3).

Foram estudadas, também neste caso, as diferentes posições da linha neutra, na base e no centro. No trabalho realizado por Boscardin e Cording (1989), para a linha neutra simulada na base da secção apenas foi estudada e representada a distorção angular para uma carga pontual concentrada. Apresenta-se, em seguida este caso e os três restantes:

- Linha neutra na base com carregamento uniformemente distribuído.
- Linha neutra no centro com carregamento pontual aplicado.
- Linha neutra no centro com carregamento uniformemente distribuído.

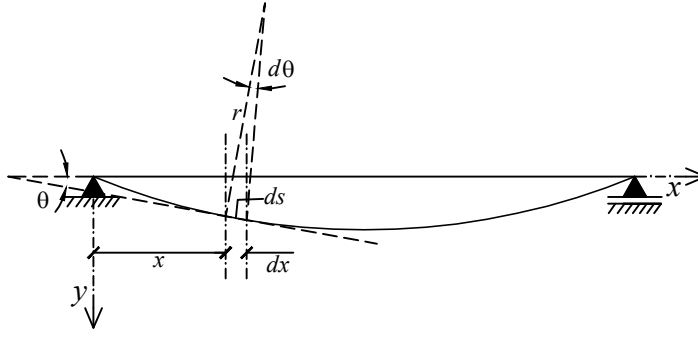


Figura 3.11: *Curva de deflexão* - Representação do eixo da viga depois de sofrer flexão através de um carregamento imposto.

3.2.4.1 Carga pontual

As curvas de deflexão numa viga são, em geral, tais que θ é bastante pequeno (ver Figura 3.11). Desta forma, é possível assumir com suficiente precisão que:

$$ds \approx dx \quad \text{e} \quad \theta \approx \tan \theta = dy/dx$$

Assim, obteve-se a rotação devido ao esforço de flexão (Timoshenko, 1957):

$$\theta_M = \frac{dy_{(x=0)}}{dx} = \frac{P}{EI} \left(\frac{x^2}{4} + \frac{L^2}{16} \right) = \frac{PL^2}{16EI} \quad (3.25)$$

e a rotação devido ao esforço transversal em qualquer ponto:

$$\theta_V = \frac{(\tau_{yx})_{y=0}}{G} = \frac{\alpha V}{AG} \quad (3.26)$$

em que V representa o esforço máximo de corte, G o módulo de distorção, A a área de secção, e α uma constante pelo qual a tensão máxima de corte é multiplicada de forma a obter a tensão de corte máxima, tomando o valor de $3/2$ para secções rectangulares. No caso de uma carga pontual P , concentrada, o valor do esforço de corte (V) na equação 3.26 toma o valor de $P/2$.

Da soma de ambas as rotações devidas aos esforços chegou-se a:

$$\beta = \theta_V + \theta_M = 3 \frac{\delta}{L} \left(\frac{1 + 12 \frac{E}{G} \left(\frac{I_z}{HL^2} \right)}{1 + 18 \frac{E}{G} \left(\frac{I_z}{HL^2} \right)} \right) \quad (3.27)$$

É, assim, possível relacionar o índice de deflexão (δ/L) com a distorção angular.

Pretende-se agora calcular, para as duas posições da linha neutra referidas, a distorção angular β , usando a equação 3.27.

- Para a linha neutra no centro da secção substituindo, na equação 3.27, $I_z = H^3/12$, obteve-se:

$$\beta = 6 \frac{\delta}{L} \left(\frac{1 + \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{2 + 3 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right) \quad (3.28)$$

- Para a linha neutra na base da secção substituindo, na equação 3.27, $I_z = H^3/3$, obteve-se:

$$\beta = 3 \frac{\delta}{L} \left(\frac{1 + 4 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{1 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right) \quad (3.29)$$

Com o objectivo de relacionar a distorção angular com a extensão máxima (β/ε_{max}) substitui-se nas equações acima o índice de deflexão (δ/L) pelas equações 3.14 e 3.15 desenvolvidas na subsecção 3.2.3.1.

Desta forma, para a flexão, obteve-se:

- Para a Linha Neutra no Centro:

$$\frac{\beta}{\varepsilon_{bmax}} = \left(\frac{L}{H} + \frac{3}{2} \frac{H}{L} \frac{E}{G} \right) \left(\frac{1 + \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{2 + 3 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right) \quad (3.30)$$

- Para a Linha Neutra na Base:

$$\frac{\beta}{\varepsilon_{bmax}} = \left(\frac{L}{4H} + \frac{3}{2} \frac{H}{L} \frac{E}{G} \right) \left(\frac{1 + 4 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{1 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right) \quad (3.31)$$

Do mesmo modo, para o corte, recorrendo às equações 3.17 e 3.18 desenvolvidas na subsecção 3.2.3.1, obteve-se:

- Para a Linha Neutra no Centro:

$$\frac{\beta}{\varepsilon_{dmax}} = \left(4\left(\frac{L}{H}\right)^2 \frac{G}{E} + 6\right) \left(\frac{1 + \frac{E}{G}\left(\frac{H}{L}\right)^2}{2 + 3\frac{E}{G}\left(\frac{H}{L}\right)^2}\right) \quad (3.32)$$

- Para a Linha Neutra na Base:

$$\frac{\beta}{\varepsilon_{dmax}} = \left(\frac{1}{2}\left(\frac{L}{H}\right)^2 \frac{G}{E} + 3\right) \left(\frac{1 + 4\frac{E}{G}\left(\frac{H}{L}\right)^2}{1 + 6\frac{E}{G}\left(\frac{H}{L}\right)^2}\right) \quad (3.33)$$

Com estas equações obteve-se o gráfico da Figura 3.12a) que representa a relação β/ε_{max} em função de L/H , com uma relação de E/G de 2,6. Verifica-se que existem semelhanças com os resultados obtidos anteriormente na Figura 3.10a, em que quando é considerado a linha neutra no centro da secção a deformação por corte é condicionante para valores menores que, aproximadamente, 0,65. Por outro lado, para a linha neutra na base da secção este valor sobe aproximadamente para 1,3. A estes valores correspondem exactamente os obtidos através do índice de deflexão para uma carga pontual aplicada (subsecção 3.2.3.1).

3.2.4.2 Carga uniformemente distribuída

A rotação devido ao esforço de flexão é dada por:

$$\theta_M = \frac{dy_{(x=0)}}{dx} = \frac{p}{24EI}(4x^3 - 6Lx^2 + L^3) = \frac{pL^3}{24EI} \quad (3.34)$$

Como visto anteriormente, a rotação devido ao esforço transversal em qualquer ponto é dada pela equação 3.26. No entanto, no caso de carregamento uniformemente distribuído, o esforço de corte (V) é uma função continua que necessita de ser integrada em x . A rotação causada apenas pelo esforço de corte é dada por:

$$\theta_V = \frac{\alpha pL}{4AG} \quad (3.35)$$

Da soma de ambas as rotações devidas aos esforços, chegou-se a:

$$\beta = \theta_V + \theta_M = 16\frac{\delta}{L} \left(\frac{1 + 9\frac{E}{G}\left(\frac{I}{HL^2}\right)}{5 + 72\frac{E}{G}\left(\frac{I}{HL^2}\right)}\right) \quad (3.36)$$

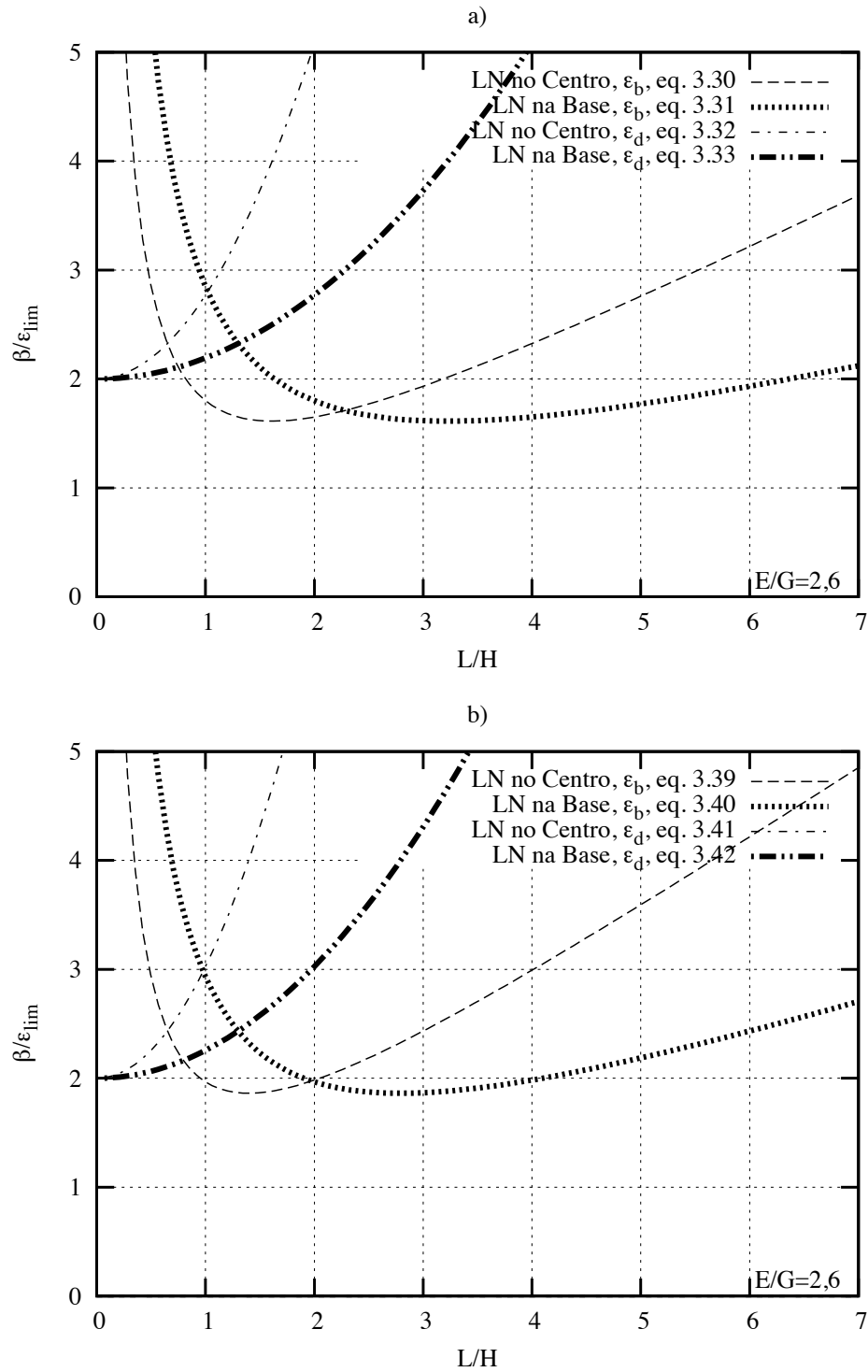


Figura 3.12: Comparação da relação β/ϵ_{lim} e L/H para ambas as posições da linha neutra com E/G de 2,6: a) com carga pontual aplicada; b) com carregamento uniformemente distribuído.

- Para a linha neutra no centro da secção substituindo, na equação 3.36, $I_z = H^3/12$, obteve-se:

$$\beta = 2 \frac{\delta}{L} \left(\frac{8 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{5 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right) \quad (3.37)$$

- Para a linha neutra na base da secção substituindo, na equação 3.36, $I_z = H^3/3$, obteve-se:

$$\beta = 16 \frac{\delta}{L} \left(\frac{1 + 3 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{5 + 24 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right) \quad (3.38)$$

Com o objectivo de relacionar a distorção angular com a extensão máxima (β/ε_{max}) substitui-se nas equações acima o índice de deflexão (δ/L) pelas equações 3.20 e 3.21 desenvolvidas na subsecção 3.2.3.2.

Recorrendo às mesmas substituições feitas em subsecção 3.2.4.1, para a flexão obteve-se:

- Para a Linha Neutra no Centro:

$$\frac{\beta}{\varepsilon_{bmax}} = \left(\frac{5}{12} \frac{L}{H} + \frac{1}{2} \frac{H}{L} \frac{E}{G} \right) \left(\frac{8 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{5 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right) \quad (3.39)$$

- Para a Linha Neutra na Base:

$$\frac{\beta}{\varepsilon_{bmax}} = \left(\frac{5}{3} \frac{L}{H} + \frac{8H}{L} \frac{E}{G} \right) \left(\frac{1 + 3 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{5 + 24 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right) \quad (3.40)$$

Do mesmo modo, para o corte, recorrendo às equações 3.23 e 3.24 desenvolvidas na subsecção 3.2.3.2, obteve-se:

- Para a Linha Neutra no Centro:

$$\frac{\beta}{\varepsilon_{dmax}} = \left(\frac{5}{3} \left(\frac{L}{H} \right)^2 \frac{G}{E} + 2 \right) \left(\frac{8 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{5 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right) \quad (3.41)$$

- Para a Linha Neutra na Base:

$$\frac{\beta}{\varepsilon_{dmax}} = \left(\frac{10}{3} \left(\frac{L}{H} \right)^2 \frac{G}{E} + 16 \right) \left(\frac{1 + 3 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{5 + 24 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right) \quad (3.42)$$

Assim como na subsecção 3.2.4.1, foi obtido o gráfico da Figura 3.12b) a partir das equações acima apresentadas. Ao se comparar este com o obtido anteriormente na Figura 3.12a, chega-se à conclusão que para ambas as distribuições de carregamento, os valores de L/H para os quais o corte deixa de ser condicionante são exactamente os mesmos.

As expressões finais para a relação $\frac{\beta}{\varepsilon_{lim}}$ encontram-se resumidas Tabela 3.2.

Por forma a comparar-se os gráficos anteriormente obtidos, foi feita na Figura 3.13 uma sobreposição da relação $\delta / (L\varepsilon_{lim})$ e $\beta / \varepsilon_{lim}$ em função de L/H . Desta forma, conseguiu-se confirmar que, usando o índice de deflexão ou distorção angular, a forma de carregamento não influencia os valores para os quais o corte deixa de ser condicionante, no entanto, o tipo de deformação é ligeiramente diferente como se pode confirmar graficamente - os traçados dos gráficos representados na Figura 3.13 não coincidem exactamente. Há, no entanto, razoável semelhança entre as curvas obtidas em especial para os valores relevantes (deformação por corte para rácios de L/H baixos e deformação por flexão para rácios de L/H elevados) e muito particularmente para o caso da linha neutra na base.

Tabela 3.2: Comparação e resumo de resultados de β/ε_{lim} .

Carga	<i>Linha Neutra</i>	
	Centro	Base
Flexão (β/ε_{bmax})		
Pontual	$\left(\frac{L}{H} + \frac{3EH}{2GL} \right) \left(\frac{1 + \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{2 + 3 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right)$	$\left(\frac{L}{4H} + \frac{3EH}{2GL} \right) \left(\frac{1 + 4 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{1 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right)$
Unif. Distribuída	$\left(\frac{5L}{12H} + \frac{EH}{2GL} \right) \left(\frac{8 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{5 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right)$	$\left(\frac{5L}{3H} + \frac{8EH}{GL} \right) \left(\frac{1 + 3 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{5 + 24 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right)$
Corte (β/ε_{dmax})		
Pontual	$\left(\frac{4G}{E} \left(\frac{L}{H} \right)^2 + 6 \right) \left(\frac{1 + \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{2 + 3 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right)$	$\left(\frac{G}{2E} \left(\frac{L}{H} \right)^2 + 3 \right) \left(\frac{1 + 4 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{1 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right)$
Unif. Distribuída	$\left(\frac{5G}{3E} \left(\frac{L}{H} \right)^2 + 2 \right) \left(\frac{8 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{5 + 6 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right)$	$\left(\frac{10G}{3E} \left(\frac{L}{H} \right)^2 + 16 \right) \left(\frac{1 + 3 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2}{5 + 24 \frac{E}{G} \left(\frac{H}{L} \right)^2} \right)$

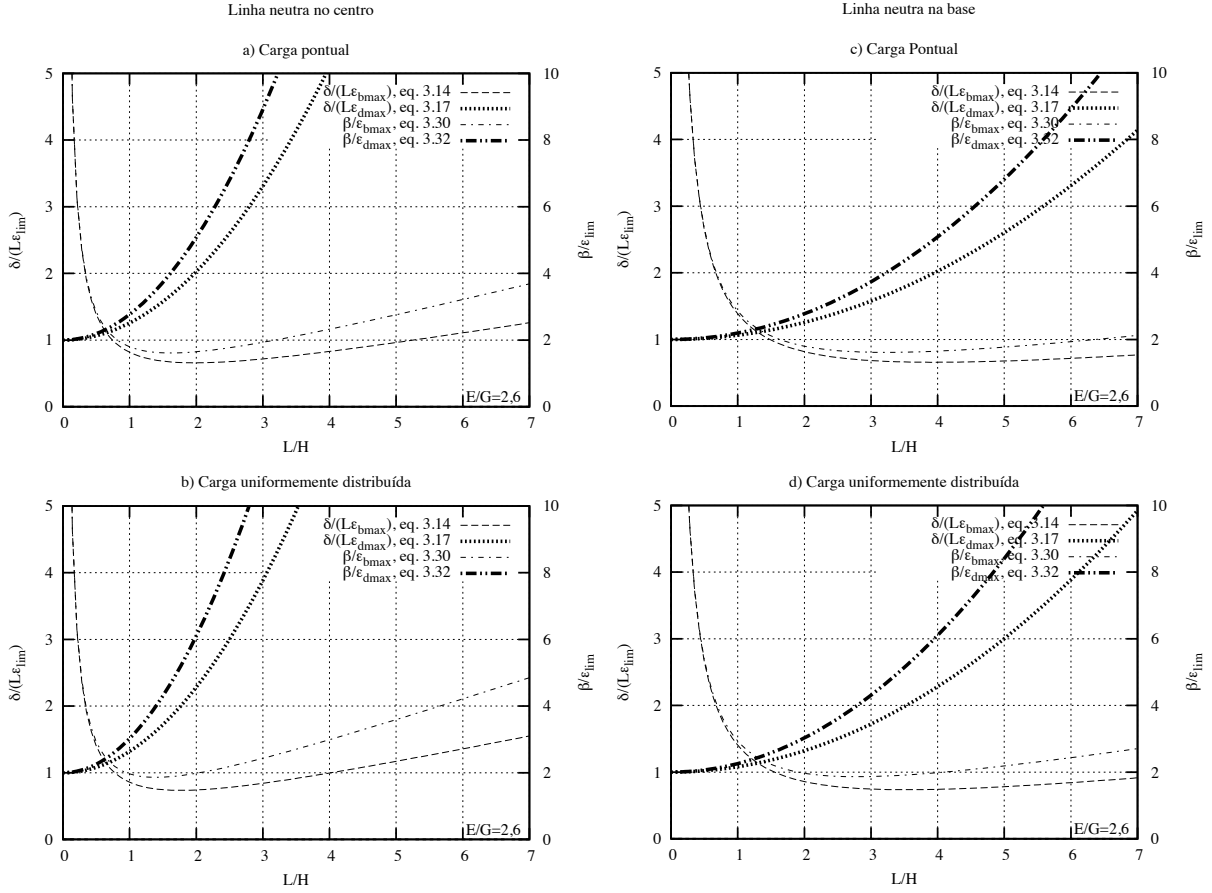


Figura 3.13: Sobreposição da relação $\delta/(L\epsilon_{lim})$ e β/ϵ_{lim} em função de L/H : a) com a linha neutra no centro e carga pontual; b) com a linha neutra no centro e carregamento uniformemente distribuído; c) com a linha neutra na base e carga pontual; d) com a linha neutra na base e carregamento uniformemente distribuído.

3.3 Influência da extensão horizontal

Como referido na secção 3.1, as fissurações iniciadas numa estrutura são devidas a um alongamento excessivo de tracção nos materiais. Isto é, haverá uma extensão horizontal ε_h (ver Figura 2.3) proveniente não só da deformação estrutural por acção do peso próprio (ε_{bmax} e ε_{dmax}) como também de movimentos do solo resultado de escavações ou outras situações que façam o solo alterar o seu estado de tensão (Boscardin e Cording, 1989).

Assim, esta extensão acresce à extensão máxima (ε_{max}) por uma simples sobreposição, assumindo que a estrutura deformada sofre uma extensão uniforme em toda a sua secção.

Este acréscimo, resulta num aumento de dano da estrutura para valores inferiores de índices de deflexão ou distorções angulares.

Introduzida a extensão horizontal, as extensões máximas definidas anteriormente (subsecção 3.2.2) tomam a seguinte forma:

- A resultante da extensão da fibra mais afastada (extensão limite à flexão, ε_{blim} , onde ε_{lim} foi definido na secção 2.5) é dada por:

$$\varepsilon_{blim} = \varepsilon_{bmax} + \varepsilon_h \quad (3.43)$$

pelo que:

$$\varepsilon_{bmax} = \varepsilon_{blim} - \varepsilon_h \quad (3.44)$$

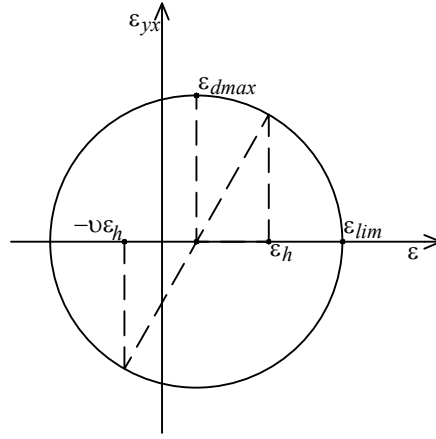
- A resultante da extensão de corte (ε_{dlim}) pode ser determinada com recurso ao círculo de Mohr (ver Figura 3.14):

$$\varepsilon_{dlim} = \varepsilon_h \left(\frac{1 - \nu}{2} \right) + \sqrt{\varepsilon_h^2 \left(\frac{1 - \nu}{2} \right)^2 + \varepsilon_{dmax}^2} \quad (3.45)$$

em que ν é o coeficiente de Poisson.

Para efeitos de substituição nas equações apresentadas nas secções anteriores, a equação acima toma a forma:

$$\varepsilon_{dmax} = \sqrt{(\varepsilon_{dlim} - \varepsilon_h)(\varepsilon_h \cdot \nu + \varepsilon_{dlim})} \quad (3.46)$$

Figura 3.14: Círculo de Mohr - determinação de ε_{lim} .

Através das equações 3.44 e 3.46 e das equações que constam das Tabelas 3.1 (valores de $\delta/(L\varepsilon_{lim})$) e 3.2 (valores de β/ε_{lim}), obtém-se as expressões que constam na Tabela 3.3 para o índice de deflexão com a linha neutra no centro, na Tabela 3.4 para o índice de deflexão com a linha neutra na base, na Tabela 3.5 para a distorção angular com a linha neutra no centro e na Tabela 3.6 para a distorção angular com a linha neutra na base. O índice de deflexão e a distorção angular ficam, assim, em função de:

$$\frac{\delta}{L} = f\left\{\frac{L}{H}; \frac{E}{G}; \varepsilon_{lim}; \varepsilon_h\right\} \quad (3.47)$$

$$\beta = f\left\{\frac{L}{H}; \frac{E}{G}; \varepsilon_{lim}; \varepsilon_h\right\} \quad (3.48)$$

Tabela 3.3: Comparação e resumo de resultados de δ/L para a linha neutra no centro.

Carga	
Flexão	
Pontual	$\delta/L = (\frac{L}{6H} + \frac{H}{4L} \frac{E}{G})(\varepsilon_{bmax} + \varepsilon_h)$
Unif. Distribuída	$\delta/L = (\frac{5}{24} \frac{L}{H} + \frac{3}{12} \frac{H}{L} \frac{E}{G})(\varepsilon_{bmax} + \varepsilon_h)$
Corte	
Pontual	$\delta/L = (\frac{2}{3}(\frac{L}{H})^2 \frac{G}{E} + 1)\sqrt{(\varepsilon_{dim} - \varepsilon_h)(\varepsilon_h \nu + \varepsilon_{dim})}$
Unif. Distribuída	$\delta/L = (\frac{5}{6}(\frac{L}{H})^2 \frac{G}{E} + 1)\sqrt{(\varepsilon_{dim} - \varepsilon_h)(\varepsilon_h \nu + \varepsilon_{dim})}$

Tabela 3.4: Comparação e resumo de resultados de δ/L para a linha neutra na base.

Carga	
Flexão	
Pontual	$\delta/L = (\frac{L}{12H} + \frac{H}{2L} \frac{E}{G})(\varepsilon_{bmax} + \varepsilon_h)$
Unif. Distribuída	$\delta/L = (\frac{5}{48} \frac{L}{H} + \frac{H}{2L} \frac{E}{G})(\varepsilon_{bmax} + \varepsilon_h)$
Corte	
Pontual	$\delta/L = (\frac{1}{6}(\frac{L}{H})^2 \frac{G}{E} + 1)\sqrt{(\varepsilon_{dim} - \varepsilon_h)(\varepsilon_h\nu + \varepsilon_{dim})}$
Unif. Distribuída	$\delta/L = (\frac{5}{24}(\frac{L}{H})^2 \frac{G}{E} + 1)\sqrt{(\varepsilon_{dim} - \varepsilon_h)(\varepsilon_h\nu + \varepsilon_{dim})}$

Tabela 3.5: Comparação e resumo de resultados de β para a linha neutra no centro.

Carga	
Flexão	
Pontual	$\beta = (\frac{L}{H} + \frac{3EH}{2GL}) \left(\frac{1 + \frac{E}{G}(\frac{H}{L})^2}{2 + 3\frac{E}{G}(\frac{H}{L})^2} \right) (\varepsilon_{bmax} + \varepsilon_h)$
Unif. Distribuída	$\beta = (\frac{5L}{12H} + \frac{EH}{2GL}) \left(\frac{8 + 6\frac{E}{G}(\frac{H}{L})^2}{5 + 6\frac{E}{G}(\frac{H}{L})^2} \right) (\varepsilon_{bmax} + \varepsilon_h)$
Corte	
Pontual	$\beta = (\frac{4G}{E}(\frac{L}{H})^2 + 6) \left(\frac{1 + \frac{E}{G}(\frac{H}{L})^2}{2 + 3\frac{E}{G}(\frac{H}{L})^2} \right) \sqrt{(\varepsilon_{dim} - \varepsilon_h)(\varepsilon_h\nu + \varepsilon_{dim})}$
Unif. Distribuída	$\beta = (\frac{5G}{3E}(\frac{L}{H})^2 + 2) \left(\frac{8 + 6\frac{E}{G}(\frac{H}{L})^2}{5 + 6\frac{E}{G}(\frac{H}{L})^2} \right) \sqrt{(\varepsilon_{dim} - \varepsilon_h)(\varepsilon_h\nu + \varepsilon_{dim})}$

Boscardin e Cording (1989) estabeleceram valores de ε_h e ε_{lim} que representam um limite de degradação da estrutura a pequenos danos. Estes valores correspondem a pequenas degradações nas paredes facilmente recuperáveis pelo utilizador e que não danificam o serviço e utilização da estrutura. Os autores limitaram a extensão horizontal (ε_h) a um valor de 0,05% e a extensão limite (ε_{lim}) a um valor de 0,075%, correspondendo a deformações limite de grau muito leve a leve, respectivamente, apresentadas na secção 2.5 (Tabela 2.5).

Assim, com as equações já definidas e resumidas nas Tabelas 3.3 à 3.6, e usando os limites acima referidos, correspondentes a deformações específicas propostas pelos autores, obteve-se os gráficos da Figura 3.15. Analisando estes gráficos constata-se que, apesar da inclusão dos limites de deformação, as relações de L/H - para as quais o corte deixa de ser condicionante

Tabela 3.6: Comparação e resumo de resultados de β para a linha neutra na base.

Carga	
Flexão	
Pontual	$\beta = \left(\frac{L}{4H} + \frac{3EH}{2GL}\right) \left(\frac{1+4\frac{E}{G}\left(\frac{H}{L}\right)^2}{1+\frac{6E}{G}\left(\frac{H}{L}\right)^2}\right) (\varepsilon_{bmax} + \varepsilon_h)$
Unif. Distribuída	$\beta = \left(\frac{5L}{3H} + \frac{8EH}{GL}\right) \left(\frac{1+3\frac{E}{G}\left(\frac{H}{L}\right)^2}{5+24\frac{E}{G}\left(\frac{H}{L}\right)^2}\right) (\varepsilon_{bmax} + \varepsilon_h)$
Corte	
Pontual	$\beta = \left(\frac{G}{2E}\left(\frac{L}{H}\right)^2 + 3\right) \left(\frac{1+4\frac{E}{G}\left(\frac{H}{L}\right)^2}{1+6\frac{E}{G}\left(\frac{H}{L}\right)^2}\right) \sqrt{(\varepsilon_{dim} - \varepsilon_h)(\varepsilon_h\nu + \varepsilon_{dim})}$
Unif. Distribuída	$\beta = \left(\frac{10G}{3E}\left(\frac{L}{H}\right)^2 + 16\right) \left(\frac{1+3\frac{E}{G}\left(\frac{H}{L}\right)^2}{5+24\frac{E}{G}\left(\frac{H}{L}\right)^2}\right) \sqrt{(\varepsilon_{dim} - \varepsilon_h)(\varepsilon_h\nu + \varepsilon_{dim})}$

na deformação da estrutura - são semelhantes em ambos os tipos de carregamento considerados. Este facto é esperado através de análises efectuadas na subsecção 3.2.3.

Para a carga pontual a relação de L/H para a qual o corte deixa de ser condicionante é de 0,34 e 0,68, respectivamente para a linha neutra no centro e na base. Há, portanto um aumento, para o caso analisado, do simples para o dobro nesta relação.

Analogamente através da análise dos gráficos da Figura 3.16, respectivos à distorção angular, constata-se a mesma semelhança nos valores de L/H para os quais o corte deixa de ser condicionante em ambas as posições da linha neutra e para ambas formas de carregamento.

Efectuando uma breve comparação entre relações de L/H , para extensões a actuar na estrutura somente com a acção do peso próprio (tratado na subsecção 3.2.2) e com a influência da extensão horizontal, tem-se, como esperado, uma diminuição da relação de L/H para o qual o corte condiciona quando se considera a influência de ε_h .

Confirma-se, assim, que para uma relação E/G de 2,6, tanto para o carregamento pontual aplicado como para uma carga uniformemente distribuída, em ambas as posições consideradas da linha neutra, os valores de L/H , para os quais o corte deixa de ser condicionante, são coincidentes para δ/L e β .

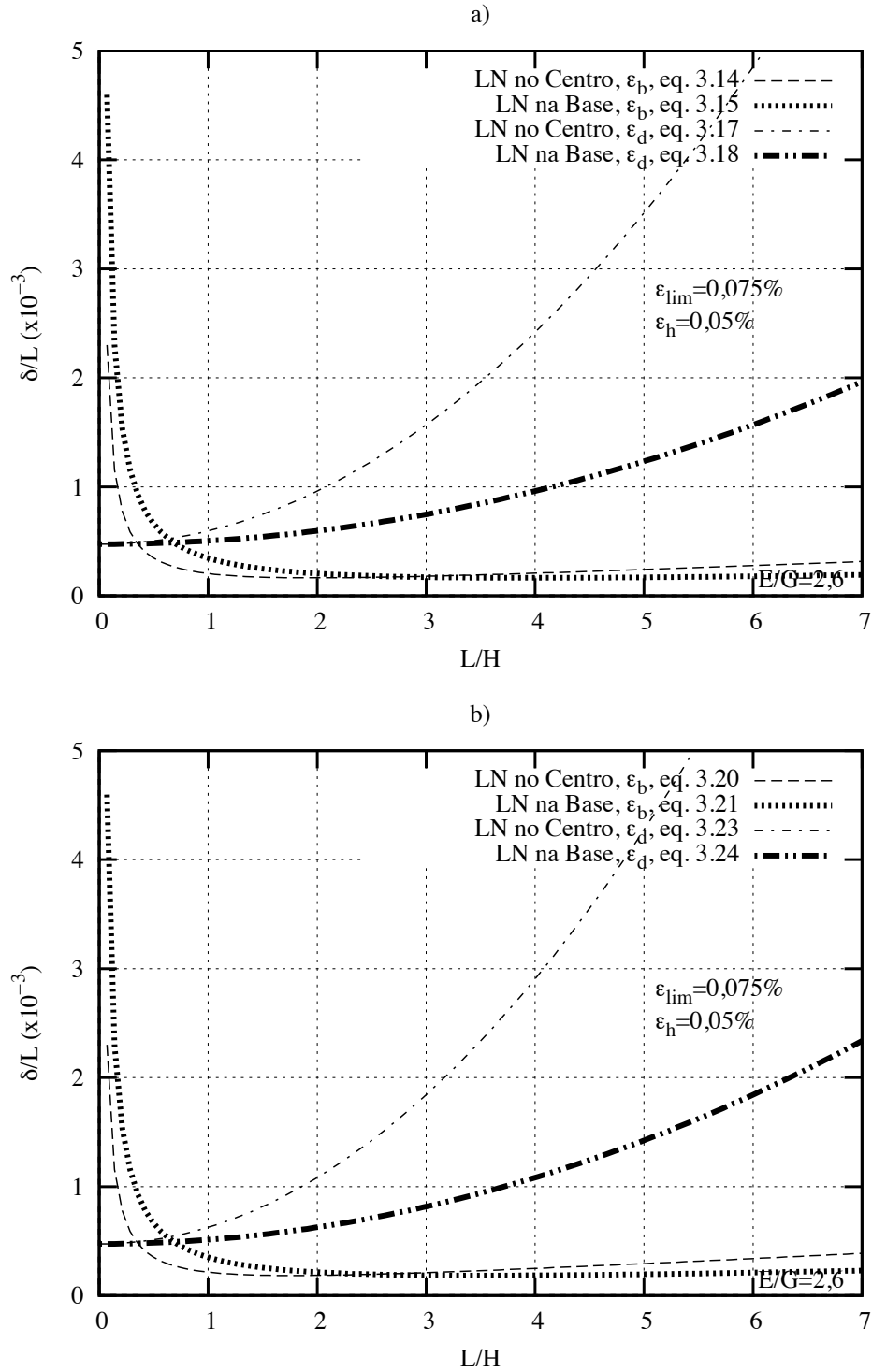


Figura 3.15: Comparação da relação entre δ/L e L/H para ambas as posições da linha neutra com E/G de 2,6, $\epsilon_h = 0,05\%$ e $\epsilon_{lim} = 0,075\%$: a) com carga pontual aplicada; b) com carregamento uniformemente distribuído.

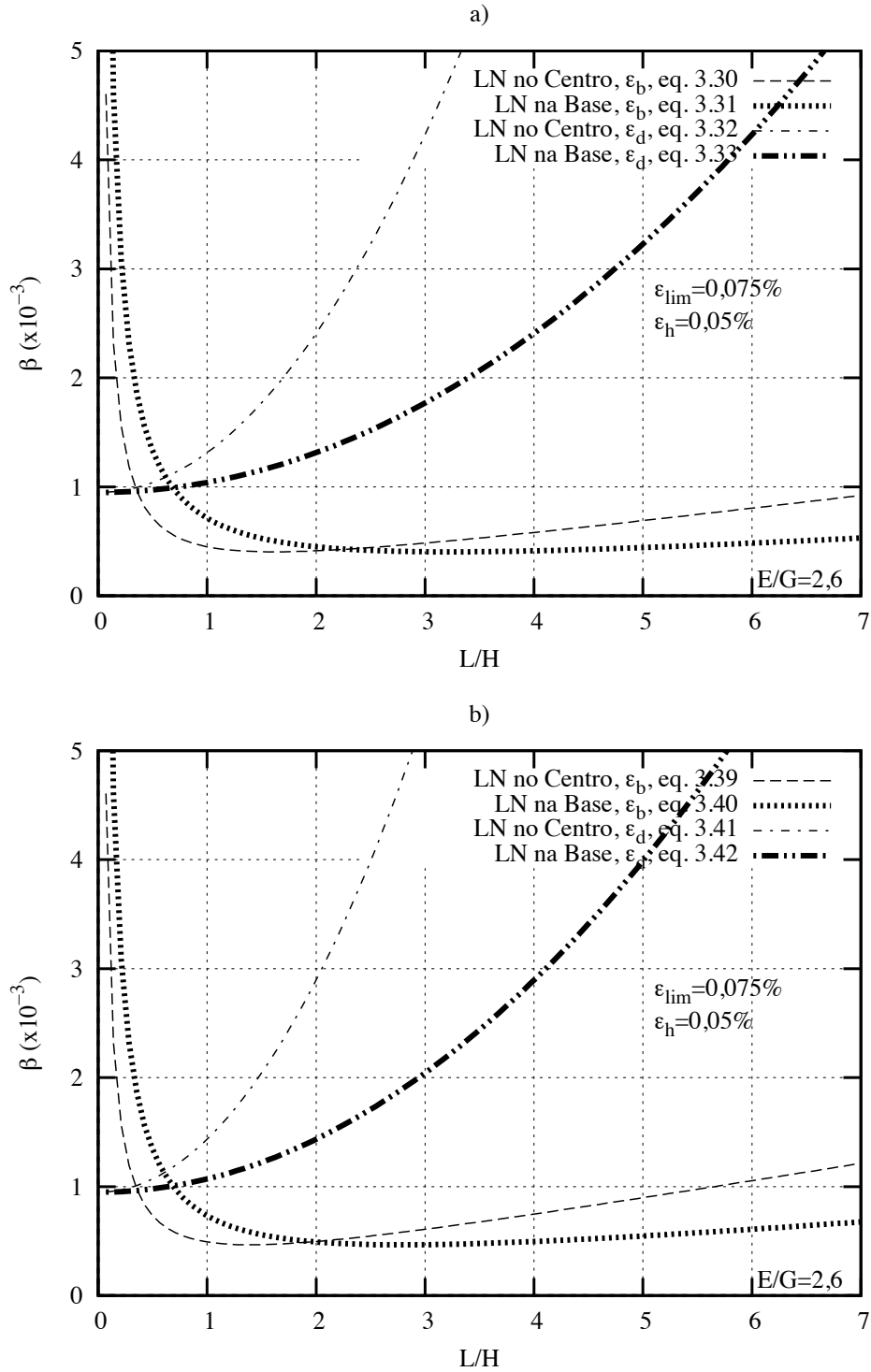


Figura 3.16: Comparação da relação entre β e L/H para ambas as posições da linha neutra com E/G de 2,6, $\epsilon_h = 0,05\%$ e $\epsilon_{lim} = 0,075\%$: a) com carga pontual aplicada; b) com carregamento uniformemente distribuído.

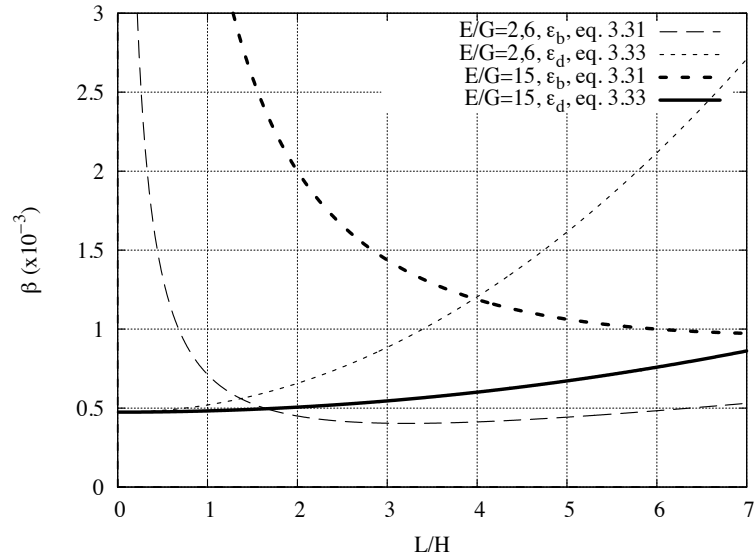


Figura 3.17: Relação entre β e L/H , para diferentes valores de E/G , com $\varepsilon_h = 0,05$ e $\varepsilon_{lim} = 0,075$; carregamento pontual aplicado e linha neutra na base da secção.

3.4 Influência da rigidez

De acordo com os estudos efectuados nas secções anteriores teve-se em conta os parâmetros que definem o material como um elemento isotrópico, de tal forma que $E = 2(1 + \nu)G$ e que ν é considerado 0,3. Isto é, admitiu-se que a estrutura tem uma resistência igual tanto à flexão como ao corte e que é uniforme segundo x , y e z . Dá-se o exemplo da alvenaria em que, na realidade, é um material ortotrópico - tipicamente a relação de E/G tem valores superiores aos de um material isotrópico - onde a relação do módulo de elasticidade, E , com o módulo de distorção, G , depende num numero de factores.

Da preponderância da influência da rigidez das estruturas, no que diz respeito aos assentamentos, destaca-se, por outro lado as aberturas existentes (tratado no Capítulo 5), que influenciam directamente com um incremento da flexibilidade. Deste modo quanto mais flexível for a estrutura maior será a relação E/G e maiores os valores de L/H para o qual a deformação por corte irá ocorrer e controlará a rotura da estrutura.

Dá-se como exemplo o gráfico da Figura 3.17 em que foram adoptados dois coeficientes de E/G^4 (situação analisada na secção 3.3, com a linha neutra na base) verificando-se que para uma maior relação de E/G - 15 neste caso - o valor de L/H é de aproximadamente 3,9, para o qual o corte condiciona a deformação da estrutura. Este valor é consideravelmente maior do que quando considerado na relação de E/G de 2,6. Pretende-se assim simular um material ortotrópico.

⁴Mesmo com a respectiva alteração de relações E/G nesta secção, foi sempre adoptado o mesmo coeficiente de Poisson de 0,3.

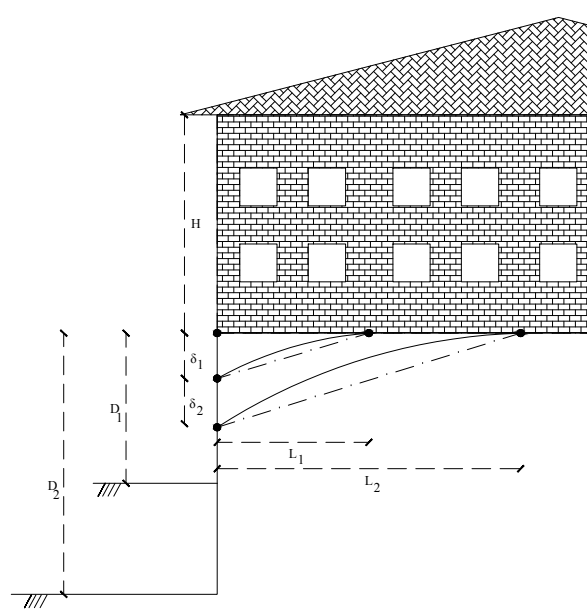


Figura 3.18: Assentamentos, D_i , aplicados gradualmente a uma estrutura devido à execução de uma escavação.

Outro factor que reforça a posição de deformação dominante por corte nas estruturas é o assentamento gradual da estrutura devido à escavação adjacente. Ou seja, a estrutura vai assentar gradualmente à medida que a escavação é executada, isto causa uma alteração constante das deformações respectivas da distorção angular ou do índice de deflexão, dado que a relação L/H começa por ter valores muito baixos que progridem com a execução da escavação (ver Figura 3.18, à medida que a escavação, D_i , é executada o assentamento, δ_i , aumenta em sua função e a largura, L_i , da estrutura atingida vai aumentar progressivamente, mantendo-se o valor da altura H). Assim, existe um grande período em que as deformações por corte são dominantes, estas suceder-se-ão primeiro condicionando a deformação da estrutura.

De facto é tipicamente o analisado em campo, onde as deformações por corte ocorrem quase sempre primeiro que as deformações por flexão, em fissuras visíveis (Boscardin e Cording, 1989).

Desta forma, elaboraram-se dois conjuntos de gráficos, Figura 3.19 e Figura 3.20, onde se incluiu todas as situações analisadas anteriormente, em que o primeiro corresponde à carga pontual e o segundo corresponde à carga uniformemente distribuída, em ambos é definido o índice de deflexão e distorção angular para a linha neutra no centro e na base para três relações E/G , 2,6, 12,5 e 25.

Analisando os dois conjuntos de gráficos, Figura 3.19 e Figura 3.20, verifica-se a semelhança entre valores limites de L/H para iguais relações de E/G , onde o corte é condicionante. Verifica-se também que os valores da mesma relação são sempre semelhantes entre a deflexão e a distorção angular quando relacionada com a extensão limite. Chega-se assim à conclusão que para

diferentes valores de E/G não existe diferença significativa entre os dois métodos usados.

No gráfico da Figura 3.21 representam-se dois tipos de carregamento usados com a posição da linha neutra na base da secção, visto ser o que melhor traduz o comportamento de um edifício. Como referido na subsecção 3.2.1, confirma-se que o tipo de carregamento pouco ou nada influencia a deformação da estrutura quando esta é solicitada (Timoshenko, 1957).

Identicamente ao descrito em cima foram realizados os gráficos da Figura 3.22 e da Figura 3.23 com a presença da influência da extensão horizontal. Analisando verifica-se a mesma semelhança e analogamente chega-se à mesma conclusão que com a ausência da extensão horizontal, visto apenas se incluir as constantes que farão diminuir a relação de L/H para o qual o corte deixa de controlar a deformação da estrutura e começa a controlar a flexão.

Nos gráficos presentes na Figura 3.24 analisa-se, como na Figura 3.21, a situação de ambos os tipos de carregamento definidos inicialmente com a posição da linha neutra na base. Mais uma vez, confirma-se que com diferentes valores adoptados para a relação E/G , com a influência da extensão horizontal, os valores atingidos de L/H para o qual o corte deixa de controlar a deformação são similares, podendo-se desprezar a sua diferença, quando comparando o índice de deflexão com a distorção angular.

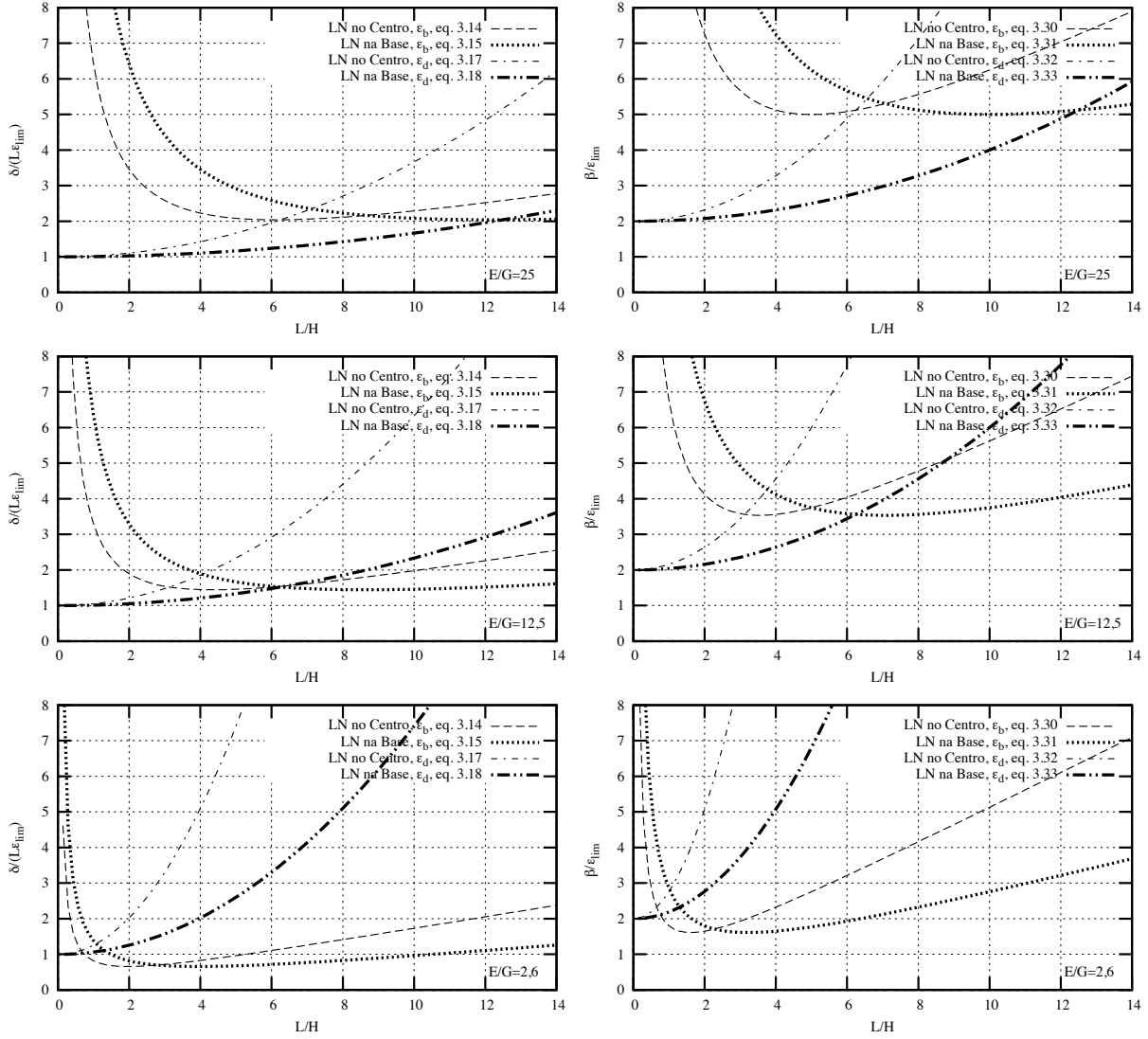


Figura 3.19: Comparação entre posições da linha neutra com a actuação de uma carga pontual; à esquerda: relação $\delta/(L\epsilon_{lim})$ em função de L/H para diferentes valores de E/G ; à direita: relação β/ϵ_{lim} em função de L/H para diferentes valores de E/G .

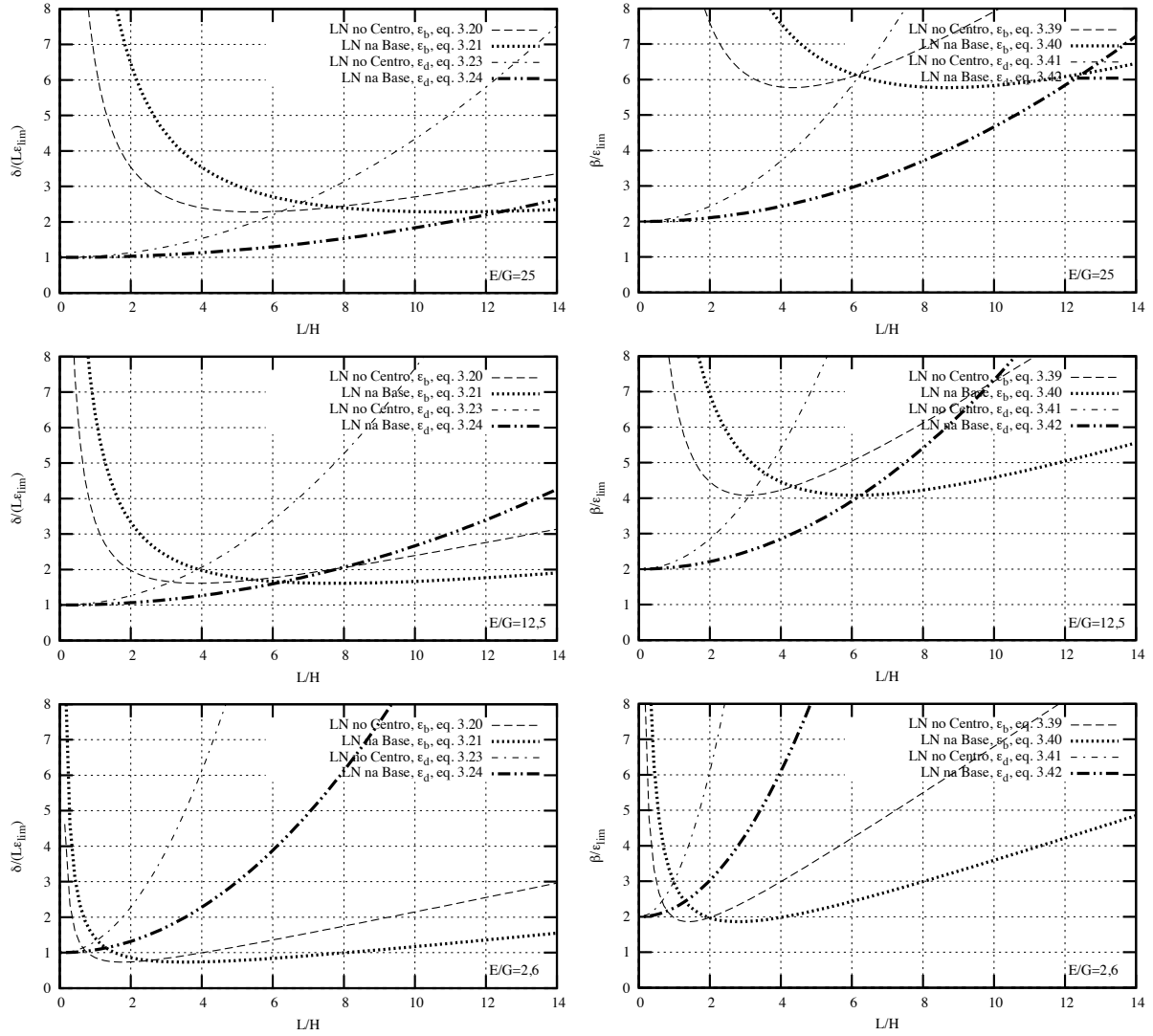


Figura 3.20: Comparação entre posições da linha neutra com a actuação de uma carga uniformemente distribuída; à esquerda: relação $\delta/(L\epsilon_{lim})$ em função de L/H para diferentes valores de E/G ; à direita: relação β/ϵ_{lim} em função de L/H para diferentes valores de E/G .

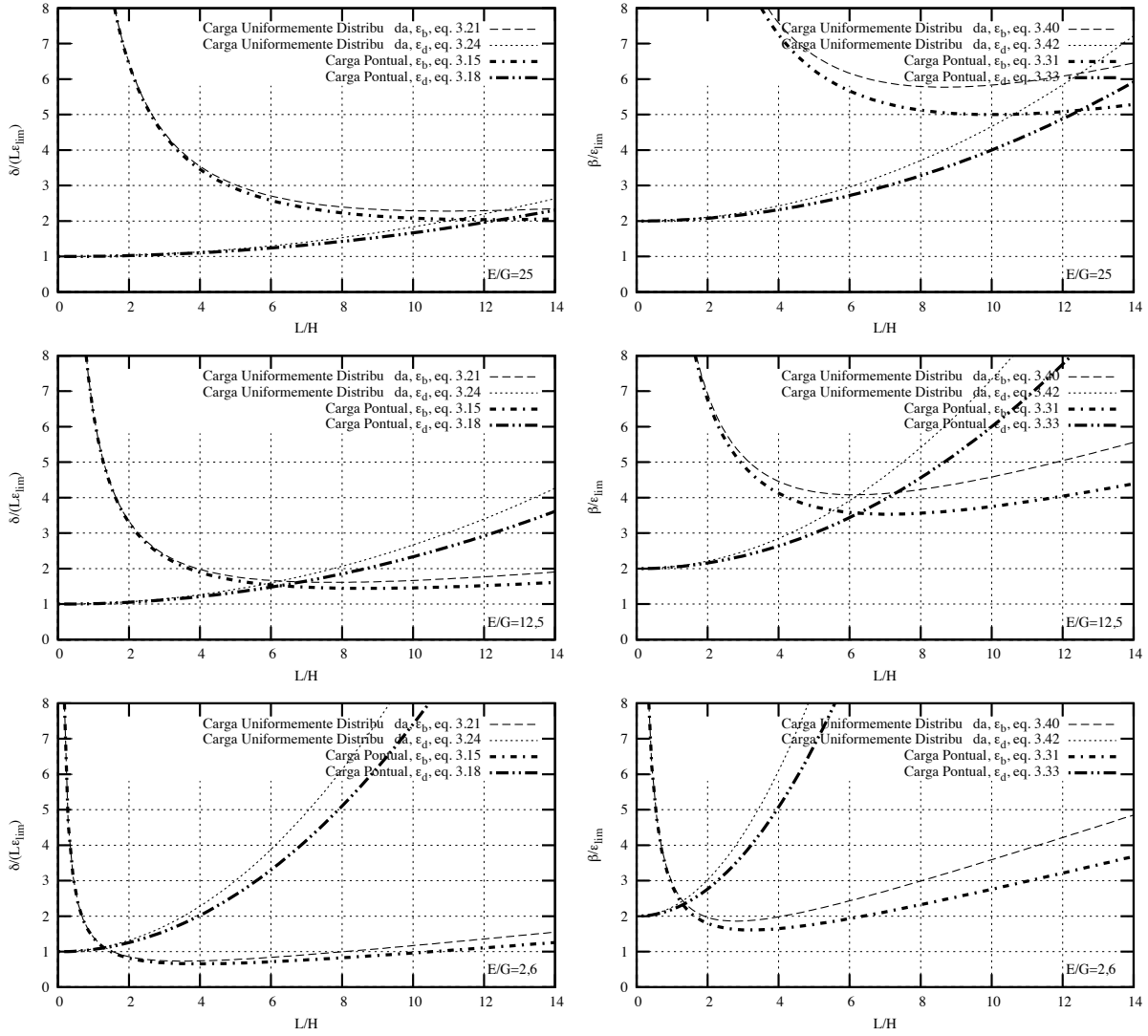


Figura 3.21: Comparação entre carga pontual e carga uniformemente distribuída com a linha neutra na base; à esquerda: relação $\delta/(L\epsilon_{lim})$ em função de L/H para diferentes valores de E/G ; à direita: relação β/ϵ_{lim} em função de L/H para diferentes valores de E/G .

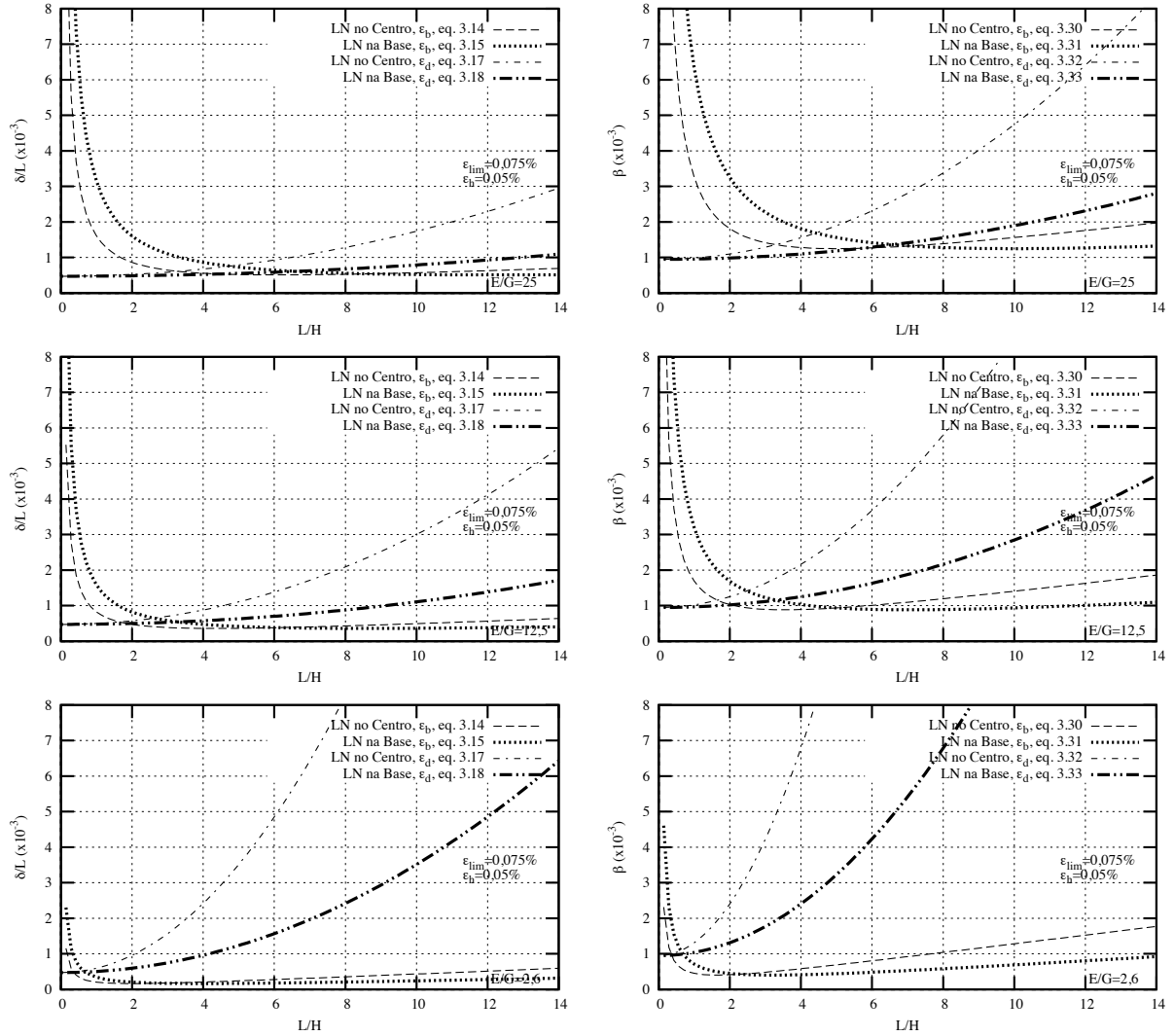


Figura 3.22: Comparação entre posições da linha neutra com a actuação de uma carga pontual com $\epsilon_h = 0,05\%$ e $\epsilon_{lim} = 0,075\%$; à esquerda: índice de flexão em função de L/H para diferentes valores de E/G ; à direita: distorção angular em função de L/H para diferentes valores de E/G .

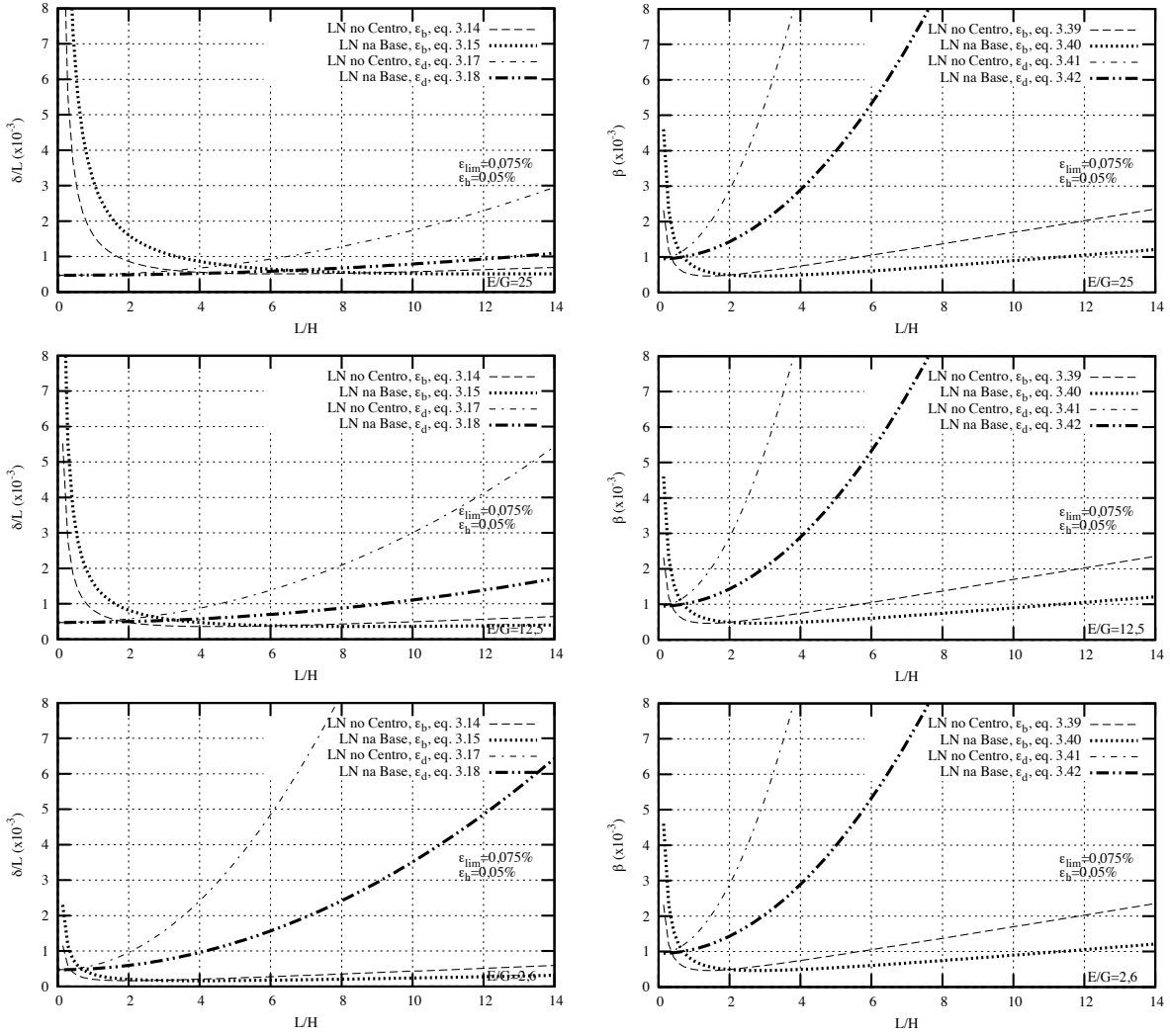


Figura 3.23: Comparação entre posições da linha neutra com a actuação de uma carga uniformemente distribuída com $\epsilon_h = 0,05\%$ e $\epsilon_{lim} = 0,075\%$; à esquerda: índice de flexão em função de L/H para diferentes valores de E/G ; à direita: distorção angular em função de L/H para diferentes valores de E/G .

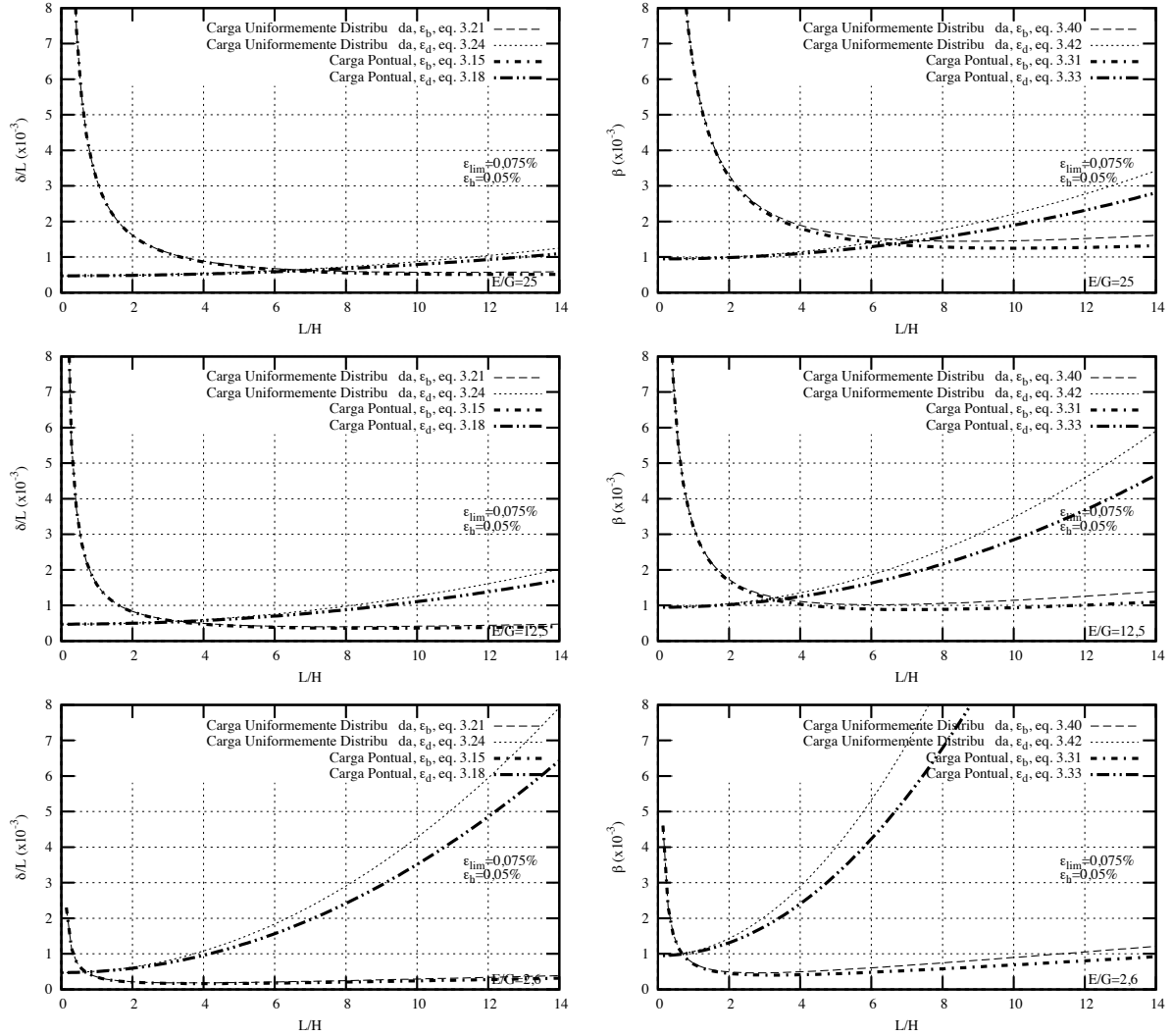


Figura 3.24: Comparação entre carga pontual e carga uniformemente distribuída com a linha neutra na base com $\epsilon_h = 0,05\%$ e $\epsilon_{lim} = 0,075\%$; à esquerda: índice de flexão em função de L/H para diferentes valores de E/G ; à direita: distorção angular em função de L/H para diferentes valores de E/G .

3.5 Dano estrutural

3.5.1 Trabalhos realizados por Boscardin e Cording (1989) e por Burland e Wroth (1974)

Simultaneamente à estimativa do dano em estruturas terá de existir uma avaliação para determinar o que é ou não aceitável na deformação e resposta das estruturas. Assim sendo, recorreu-se à Tabela 2.5, onde os patamares representados tiveram em consideração diversos estudos realizados através de resultados empíricos antecedentes. Como ponto de partida, a fronteira que delimita o dano considerado muito leve é tida em conta para extensões limite entre 0,05% e 0,075%, valores estes sugeridos por Burland e Wroth (1974) e Polshin e Tokar (1957) para pequenas fissuras visíveis. A fronteira superior para qual o dano é considerado leve é estabelecida para uma extensão limite de 0,15%, valor este que corresponde a uma distorção angular de 1/300 para uma extensão horizontal nula (ver Tabela 2.2). Este valor foi definido por Skempton e MacDonald (1956) para estruturas com danos visíveis que sofreram assentamentos apenas devido ao seu peso próprio. O limite superior para o qual o dano é considerado de moderado a grave corresponde a uma extensão limite de 0,3% que corresponde a uma distorção angular de 1/150, para uma extensão horizontal nula. Este valor foi definido por Skempton e MacDonald (1956) como o limiar da deformação para um dano estrutural muito grave. Resumindo, tem-se que o dano da estrutura pode ser classificado em função da extensão limite:

Tabela 3.7: Relação entre classificação de danos e a extensão limite (Boscardin e Cording, 1989).

Gravidade	Extensão Limite (ε_{lim}) (%)
Desprezável	0 - 0,05
Muito Leve	0,05 - 0,075
Leve	0,075 - 0,15
Moderado	0,15 - 0,3
Grave a Muito Grave	> 0,3

Com estes dados, Boscardin e Cording (1989) elaboraram um gráfico com curvas que delimitam os respectivos patamares de dano estrutural referidos (ver Figura 3.25), interligando, assim, a extensão horizontal e a distorção angular de uma estrutura. Estas curvas podem ser obtidas recorrendo à equação presente na Tabela 3.6 para a carga definida como pontual, e substituindo a relação de L/H por 1 e E/G por 2,6.

Tal como referido na secção 3.3, os autores apenas consideraram a extensão devida ao corte - este facto é justificado por ser o corte a primeira deformação a atingir a estrutura e a condicionar a sua deformação -, relacionando-a com a extensão horizontal, desprezaram, assim, a extensão devida à flexão (ε_b), e consideraram a linha neutra na base da secção e o carregamento como pontual.

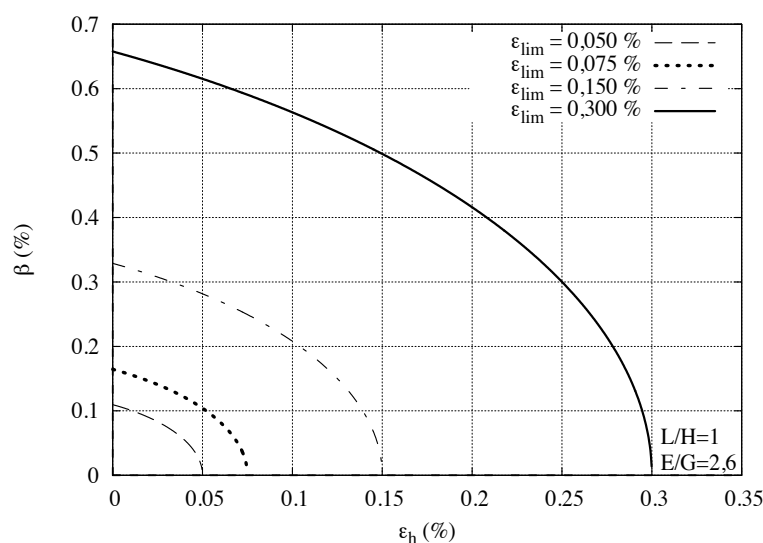


Figura 3.25: Limite de danos (Boscardin e Cording, 1989); relação entre β e ε_h com carregamento pontual aplicado, com $E/G = 2,6$, $L/H = 1$ e a linha neutra considerada na base.

”As discussões anteriores em relação ao rácio E/G e a evolução gradual dos movimentos do solo devido a escavações sugerem que a deformação por corte é responsável pela maioria dos danos causados em edifícios compostos por alvenaria. É, de facto, o observado tipicamente em campo, onde a fissuração diagonal, relacionada com o corte, quase sempre ocorre antes da fissuração relacionada com a flexão. Como consequência, a distorção angular, uma medida de tensão de corte, será o parâmetro apropriado para correlacionar com o comportamento do edifício se modificada para ter em conta os efeitos da extensão horizontal.” (Boscardin e Cording, 1989)

Após a análise feita por Boscardin e Cording (1989), Burland (2001) complementou as análises substituindo a distorção angular pelo índice de deflexão (ver Figura 3.26). Referiu existir desvantagens no uso da distorção angular assim como no gráfico elaborado, tais como:

- a) a extensão de flexão máxima, ε_{bmax} , é ignorada.
- b) a estimativa de β nem sempre é simples e correcta.
- c) β é assumido ser proporcional a δ/L , considerando que a relação é de facto muito sensível à distribuição de cargas.

Assim, Burland (2001) elaborou o gráfico da Figura 3.26 onde teve em conta a extensão devido à flexão. As curvas são baseadas na equação 3.15 e na equação 3.18 considerando a linha neutra na base da secção, foram traçadas para a relação de L/H de 1 e com uma relação de E/G de 2,6. O desenvolvimento das seguintes equações foi mostrado na secção 3.3, resumido na Tabela 3.4.

Então, através do gráfico da Figura 3.25 é possível realizar o gráfico de dano estrutural proposto por Boscardin e Cording (1989), para a distorção angular, com a adição da extensão devido à

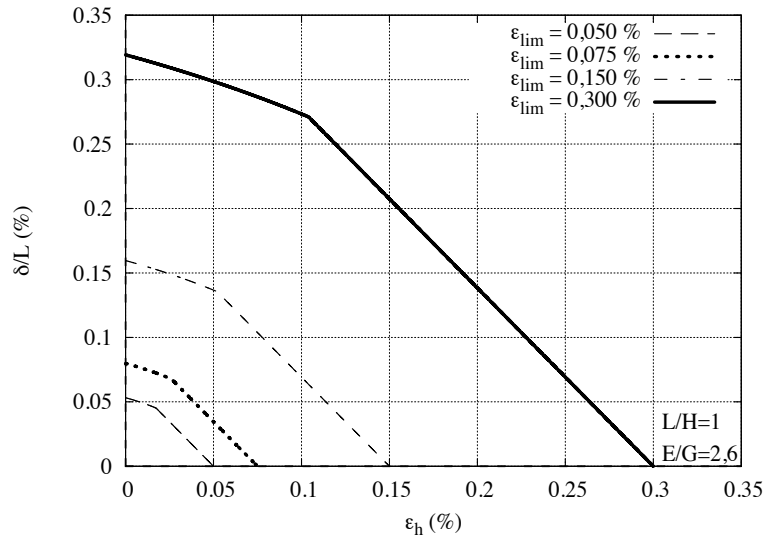


Figura 3.26: Limite de danos (Burland et al., 2001); relação entre δ/L e ε_h com carregamento pontual aplicado, com $E/G = 2,6$, $L/H = 1$ e a linha neutra considerada na base.

flexão (ε_b), tendo-se obtido assim, o gráfico da Figura 3.27. Esta extensão devido à flexão corresponde à equação 3.31, onde o desenvolvimento das seguintes equações com a introdução da extensão horizontal foi mostrado na secção 3.3, resumido na Tabela 3.4.

Analisando o gráfico da Figura 3.27 podem verificar-se as semelhanças com o gráfico da Figura 3.26 correspondente ao índice de deflexão com os mesmos dados impostos.

Ambos os gráficos presentes na Figura 3.26 e na Figura 3.27 são válidos para uma relação de E/G de 2,6 e de L/H de 1, sendo considerado apenas uma carga pontual a actuar na estrutura. Como referido anteriormente na secção 3.4 é importante considerar várias relações de E/G , devido à ausência de isotropia na estrutura e, certamente, as estruturas apresentam valores superiores de E/G aos predefinidos por Boscardin e Cording (1989).

Da mesma forma é importante analisar qual a relação de L/H limite para qual o corte deixa de condicionar a estrutura para as extensões limites adoptadas passando somente a controlar a flexão.

3.5.2 Análise dos trabalhos realizados por Boscardin e Cording (1989) e por Burland e Wroth (1974) para diferentes rácios de L/H e E/G e para ambas as formas de carregamento propostas anteriormente

Na secção anterior foram analisados os trabalhos propostos por Boscardin e Cording (1989) e por Burland e Wroth (1974) apenas com os rácios usados nos trabalhos apresentados pelos mesmos. Nesta secção pretende-se ampliar o campo de estudo dos rácios usados pelos autores, variando-os, por forma a analisar de que modo o índice de deflexão e a distorção angular são influenciados.

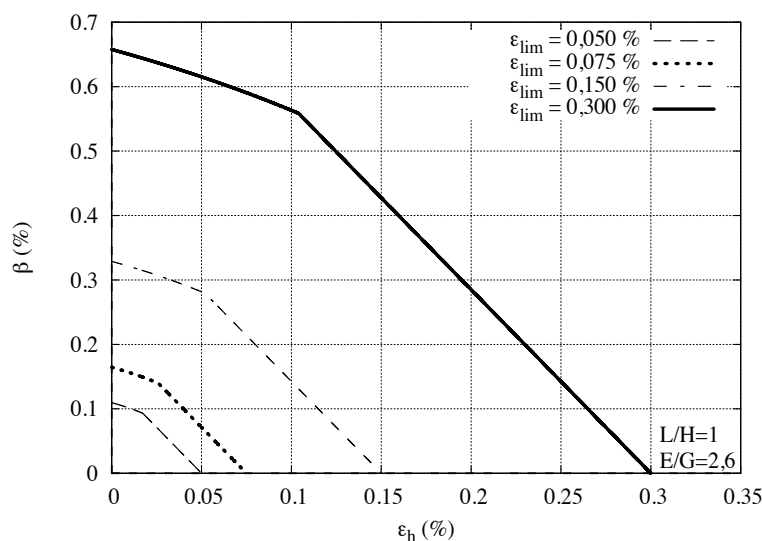


Figura 3.27: Limite de danos com a sobreposição da deformação por flexão; relação entre β e ε_h com carregamento pontual aplicado, com $E/G = 2,6$ e $L/H = 1$ e a linha neutra considerada na base.

Para uma primeira análise consideraram-se três rácios de L/H (ver Figura 3.28) para simular três situações mais correntes nas construções realizadas. Desta situação efectuou-se o gráfico da Figura 3.29 para se analisar a diferença entre as duas diferentes formas de carregamento admitidos (carregamento pontual “CP” e carregamento uniformemente distribuído “CD”). O gráfico foi realizado para uma relação de E/G de 12,5 e foram admitidas as mesmas constantes de cálculo que na Figura 3.26 e na Figura 3.27.

Desta forma, pôde-se verificar que ambas as grandezas consideradas, o índice de deflexão e a distorção angular, não são sensíveis ao diferente tipo de carregamento escolhido. Dado que a relação entre a carga uniformemente distribuída na estrutura e a carga pontual a meio vão não apresenta diferenças significativas (confirmado anteriormente na secção 3.4).

De forma análoga mas desprezando a diferença do tipo de carregamento e usando apenas uma carga pontual aplicada a meio vão da estrutura, obteve-se o gráfico da Figura 3.30 por forma a resumir e sobrepor os resultados obtidos para a deflexão e para a distorção angular. Este gráfico segue da utilização de uma relação de 1/3 para L/H (situação a) da Figura 3.28).

Ao sobrepor-se as várias linhas de limite de dano estrutural, correspondendo cada uma a uma determinada extensão limite horizontal para o índice de deflexão e distorção angular, pôde-se verificar que ambas são coincidentes. Não obstante, as ordenadas de cada constante são independentes da sua grandeza. No entanto identificam-se como proporcionais e sem diferença aparente, tanto para diferentes relações de L/H definidas, como no que diz respeito a rigidez da própria estrutura em causa.

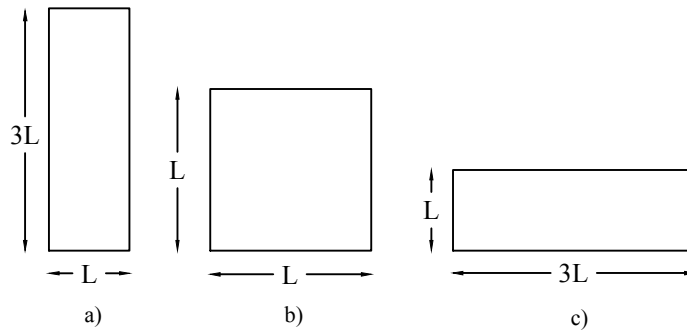


Figura 3.28: Relações de estruturas consideradas.

Ao analisar-se o gráfico com as diferentes relações de E/G - que referenciam uma mudança de rigidez entre estruturas - pôde-se verificar, como esperado, um aumento de controlo para a deformação por flexão quando a relação de E/G é menor. Para o caso analisado de maiores rácios E/G o que irá controlar será o corte, mesmo quando se verificarem relações de L/H mais elevadas. Note-se que para relações de E/G mais elevadas o que limita a deformação é o módulo de distorção e não o módulo de elasticidade, daí a rotura ocorrer por corte. Isto confirma-se devido ao elevado valor do módulo de elasticidade (E).

Seguindo o mesmo método de análise, e de acordo com as situações b) e c) admitidas na Figura 3.28, verifica-se que com o aumento da relação de L/H a flexão tende a controlar para rácios mais baixos de E/G . Neste caso, contrariamente ao referido anteriormente, confirma-se devido ao elevado valor do módulo de distorção (G).

Com isto verifica-se que Boscardin e Cording (1989) ao terem desprezado a extensão devido à flexão no controlo da deformação da estrutura estariam a amplificar o limite de deformação admissível, mas, ao mesmo tempo optaram por um modelo realístico.

Ou seja, considerando que uma estrutura corrente é maioritariamente constituída por alvenaria, o que limite a deformação por corte, e, por conseguinte, leva a relações E/G superiores.

3.6 Conclusão

As análises realizadas neste capítulo permitem tirar as seguintes conclusões:

- a forma de carregamento pouco influência o modo de deformação; foram apresentados gráficos para o índice de deflexão, δ/L , como para a distorção angular, β , para uma carga pontual e uniformemente distribuída, os resultados levaram a concluir que o carregamento não tem influência no limite de controlo e de deformação da estrutura;

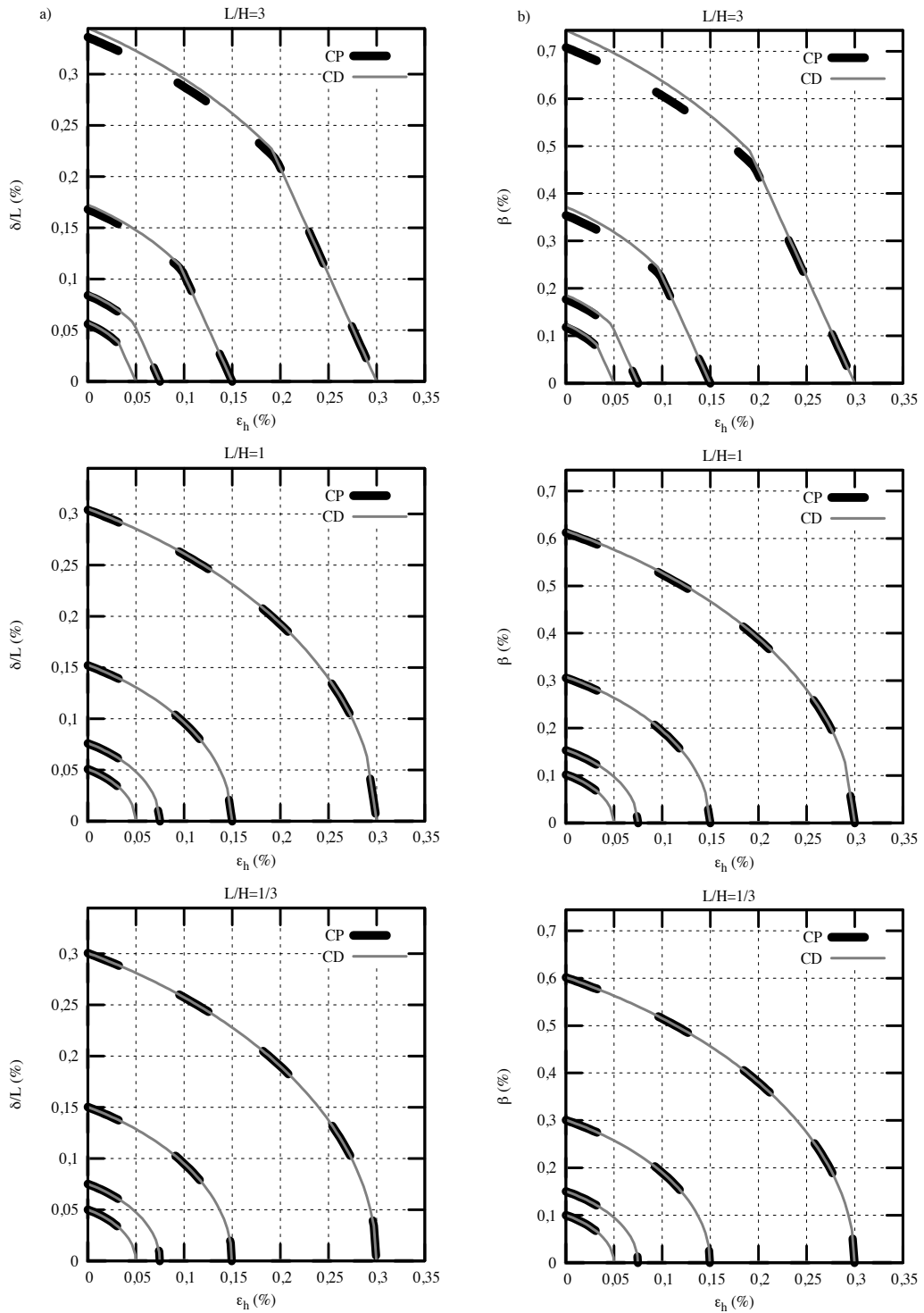


Figura 3.29: Limite de danos com comparação entre carga uniformemente distribuída e pontual para uma relação de E/G de 12,5 e a linha neutra considerada na base: a) relação entre δ/L e ε_h ; b) relação entre β e ε_h .

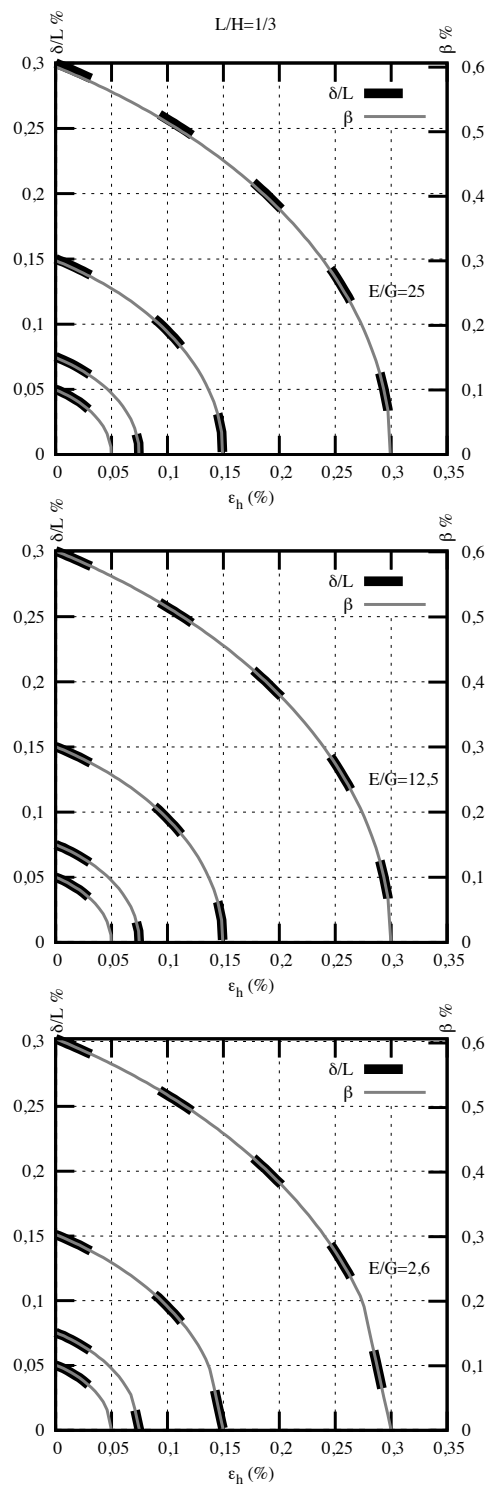


Figura 3.30: Limite de danos; sobreposição de δ/L e β com carga pontual aplicada para uma relação de L/H de $1/3$, a linha neutra considerada na base e várias relações de E/G .

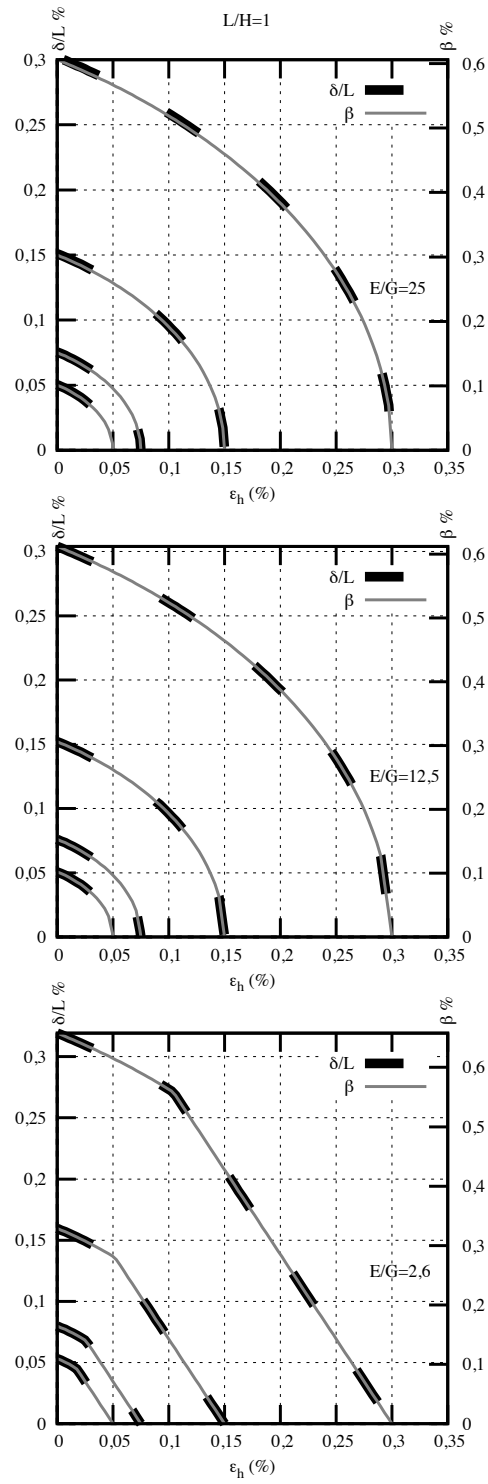


Figura 3.31: Limite de danos; sobreposição de δ/L e β com carga pontual aplicada para uma relação de L/H de 1, a linha neutra considerada na base e várias relações de E/G .

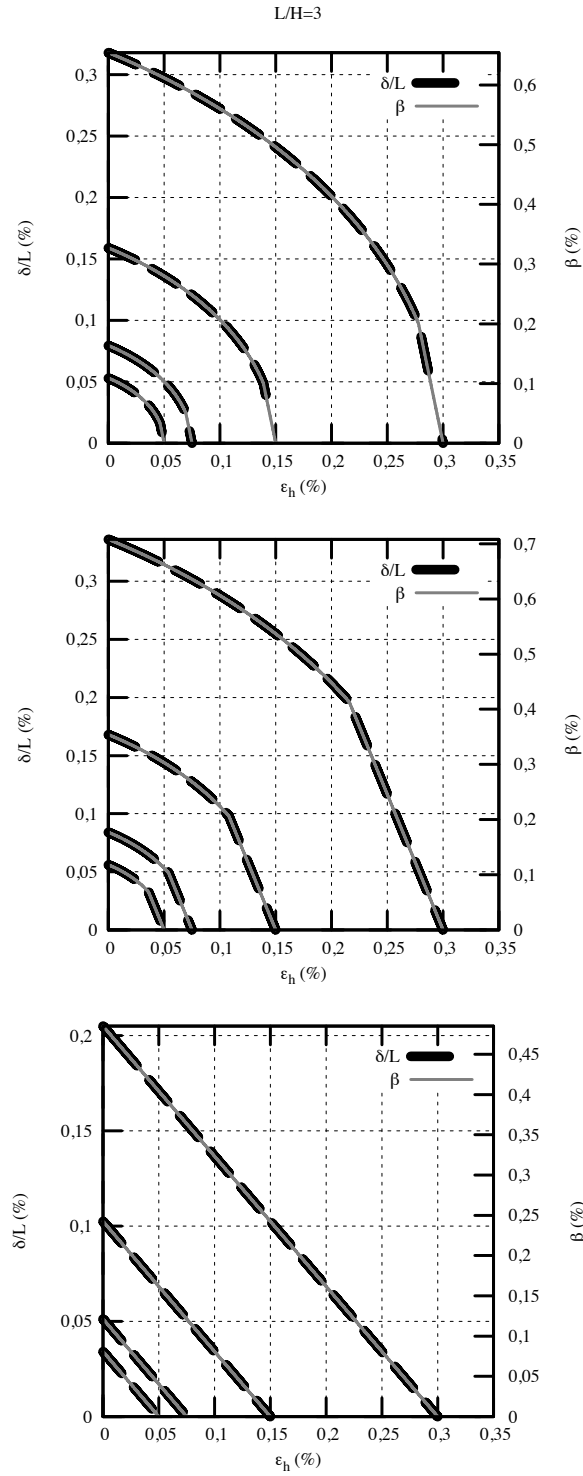


Figura 3.32: Limite de danos; sobreposição de δ/L e β com carga pontual aplicada para uma relação de L/H de 3, a linha neutra considerada na base e várias relações de E/G .

- o valor de L/H que limita a fronteira de controlo entre o corte e a flexão tanto para $\delta/(L\varepsilon_{max})$ como para β/ε_{max} é dado por 0,65 para a linha neutra considerada no centro da secção e 1,30 para a linha neutra na base da secção. No entanto, estes valores descem para 0,38 e 0,68 quando é considerada uma extensão horizontal (ε_h) a actuar na estrutura com um valor de 0,05% e uma extensão limite (ε_{lim}) com um valor de 0,075%;
- com o aumento da proporção da rigidez longitudinal para a rigidez de distorção, maiores relações E/G -onde as aberturas das estruturas são dadas como a causa e o aumento progressivo da relação L/H - existe um aumento da largura L que irá sofrer mais deformação em relação à altura, que é limitado pela resistência de tensão de corte para valores superiores de L/H ;
- através dos gráficos compilados na Figura 3.33 conclui-se que tanto o índice de deflexão como a distorção angular, apresentam curvas de dano iguais quando sujeitas às extensões limites introduzidas. Confirma-se que, para maiores valores de E/G o corte limita totalmente a deformação da estrutura. Para uma extensão horizontal nula, os valores de δ/L máximos, têm sempre um valor perto de 0,3 para qualquer relação de E/G e L/H consideradas, passando aproximadamente para o dobro quando considerados os valores de β .

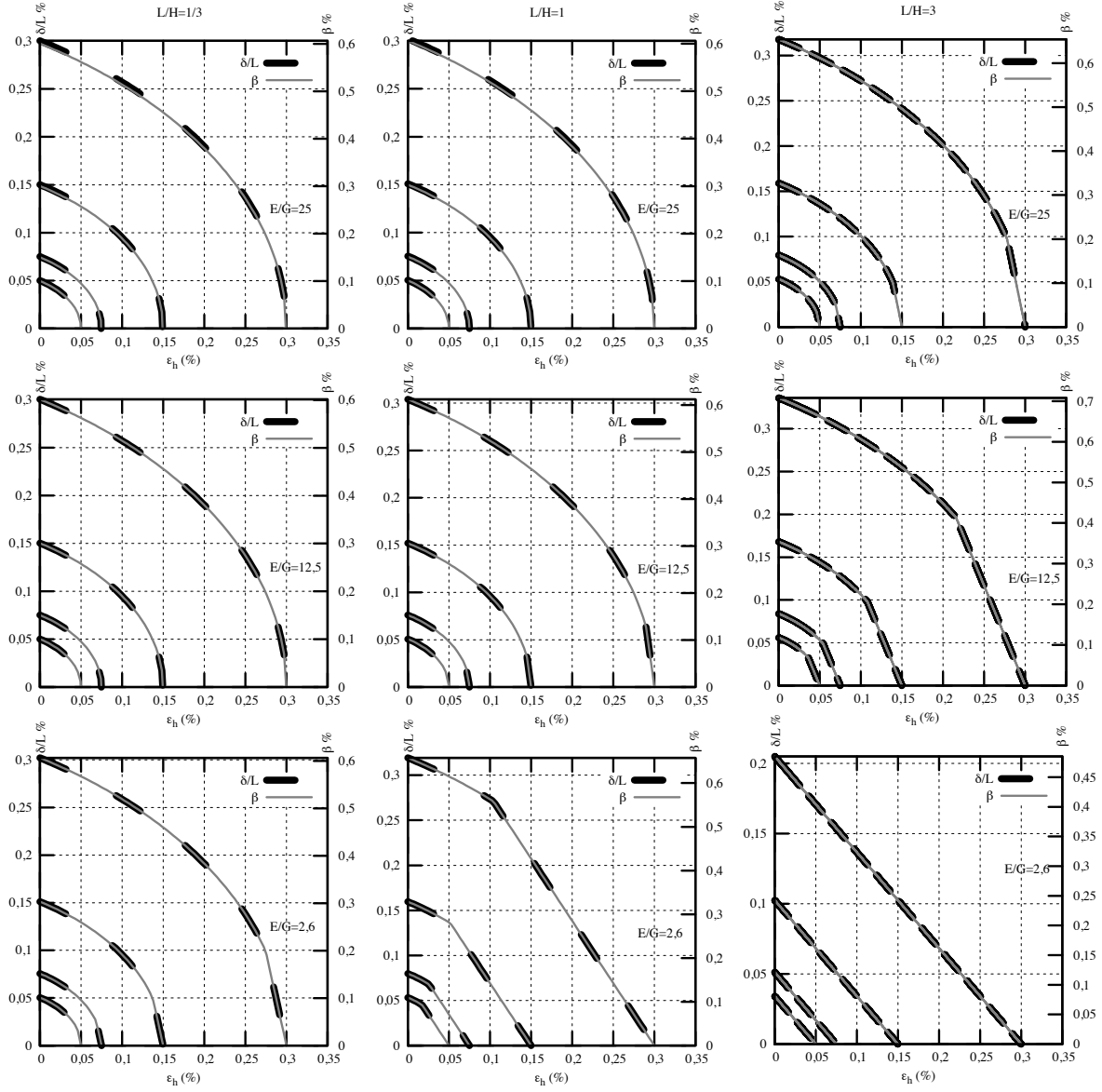


Figura 3.33: Resumo dos ábacos de limite de danos; sobreposição de δ/L e β com carga pontual aplicada para várias relações de L/H (1/3; 1 e 3) e E/G (2,6; 12,5 e 25). As quatro curvas presentes em cada gráfico corresponde à extensão limite, ϵ_{lim} , de 0,05, 0,075, 0,15 e 0,3%.

Capítulo 4

Modelo de viga alta: solução numérica

4.1 Introdução

No Capítulo 3 foram apresentadas e desenvolvidas em detalhe equações matemáticas através de modelos simplificados, inicialmente propostos por Burland e Wroth (1974), por forma a se obter o índice de deflexão, δ/L , e a distorção angular, β , em função de L/H . Estes parâmetros foram usados para avaliar o dano estrutural na estrutura, com incidência em vários rácios L/H e várias relações de flexibilidade da estrutura, E/G .

No presente capítulo efectua-se uma análise paramétrica através de modelos numéricos com as mesmas suposições admitidas no capítulo anterior.

O objectivo passa por verificar se, numericamente, se obtém resultados semelhantes aos obtidos analiticamente, para se avaliar se a modelação de um edifício como uma viga elástica pode, em conjunto com uma análise elasto-plástica com a introdução de deformações, de escavações, constituir metodologia adequada para a consideração dos efeitos de interacção solo-estrutura.

4.2 Modelo numérico

Para obter uma avaliação dos resultados apresentados no Capítulo 3 e uma melhor compreensão destes, levou-se a cabo um estudo numérico que se apresenta em seguida.

Através do recurso ao programa de cálculo numérico de elementos finitos *SAP2000*¹ foram efectuados dois modelos de viga simplesmente apoiada: um primeiro com uma carga pontual, P , de $10000kN$, e um segundo com uma carga uniformemente distribuída, p , de $5000kN/m$. Foi considerado o material com um comportamento elástico-linear, um estado plano de tensão, com um módulo de elasticidade E de $1GPa$, uma relação E/G de 2,6, um coeficiente de Poisson,

¹*SAP2000* (Three Dimensional Static and Dynamic Finite Element Analysis and Design of Structures, Versão 14) é um programa de cálculo automático 3D, com base no método dos elementos finitos.

ν , de 0,3. Foi ainda usado um programa de cálculo numérico diferente *PLAXIS*² para algumas análises, de forma a confirmar alguns resultados obtidos. O modelo construído no *PLAXIS* teve todos os pressupostos referidos acima para o *SAP2000*.

De acordo com as análises efectuadas no capítulo anterior, considerou-se as duas posições da linha neutra anteriormente estudadas. Deste modo, representou-se no modelo numérico os apoios em dois locais diferentes - os apoios restringem, assim, a presença de extensão, ou compressão, onde aplicados:

- Linha neutra no centro - apoios no centro da secção (ver Figura 4.1).
- Linha neutra na base - apoios na base da secção (ver Figura 4.2).

Do mesmo modo, considerou-se as distribuições de carregamento analisadas no capítulo anterior:

- Carga pontual (a), b) e c) da Figura 4.1 e g), h) e i) da Figura 4.2).
- Carregamento uniformemente distribuído (d), e) e f) da Figura 4.1 e j), k) e l) da Figura 4.2).

Por forma a precisar e a aproximar, o máximo possível, a análise numérica aos valores analíticos, efectuou-se um estudo preparativo/precedente onde foram considerados três posicionamentos do carregamento:

- Carga/carregamento situado no topo (a) e d) da Figura 4.1 e g) e j) da Figura 4.2).
- Carga/carregamento situado no centro (b) e e) da Figura 4.1 e h) e k) da Figura 4.2).
- Carga/carregamento situado na base (c) e f) da Figura 4.1 e i) e l) da Figura 4.2).

Este estudo tem como objectivo identificar qual dos posicionamentos do carregamento conduz a resultados que mais se aproximam dos resultados analíticos. Isto é, o deslocamento δ gerado pela carga aplicada na viga pode ser obtido em qualquer ponto em altura, da secção da viga. Deste modo, procura-se encontrar qual o ponto que mais se aproxima dos resultados analíticos

Dado isto, e com os os três pontos definidos em cima do posicionamento do carregamento em relação à secção da viga, foram determinados os deslocamentos no topo, no centro e na base, para cada posicionamento da carga.

²*Plaxis* (Finite Element Code for Soil and Rock Analyses, Versão 8) é um programa de cálculo automático 2D, com base no método dos elementos finitos.

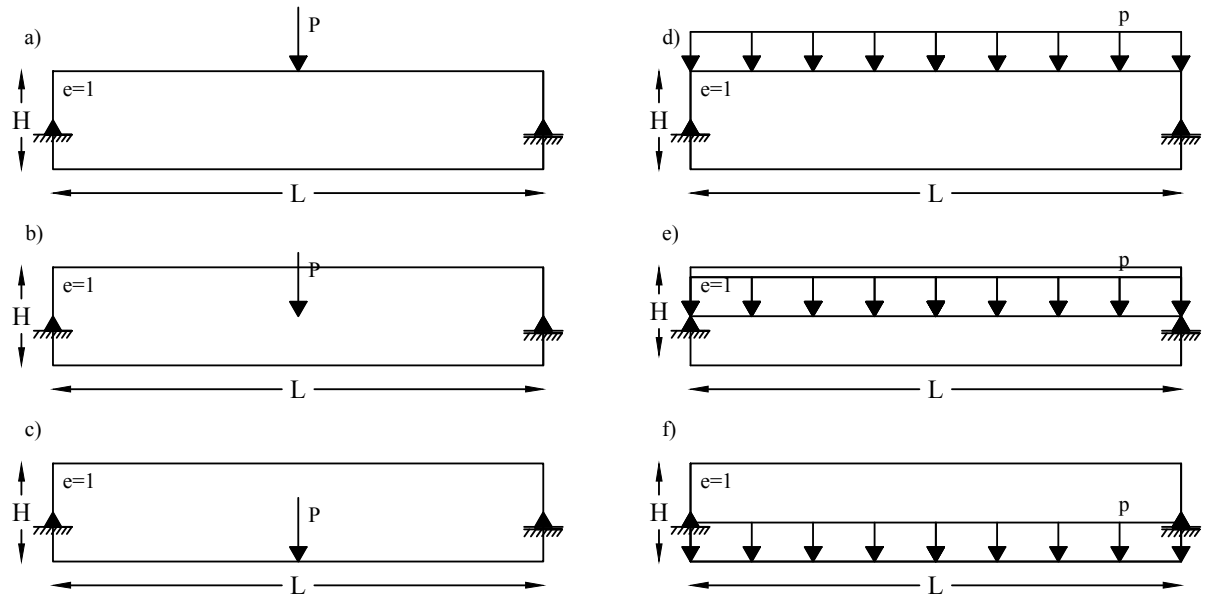


Figura 4.1: Modelos numéricos considerados para cálculo com a simulação da linha neutra no centro da secção.

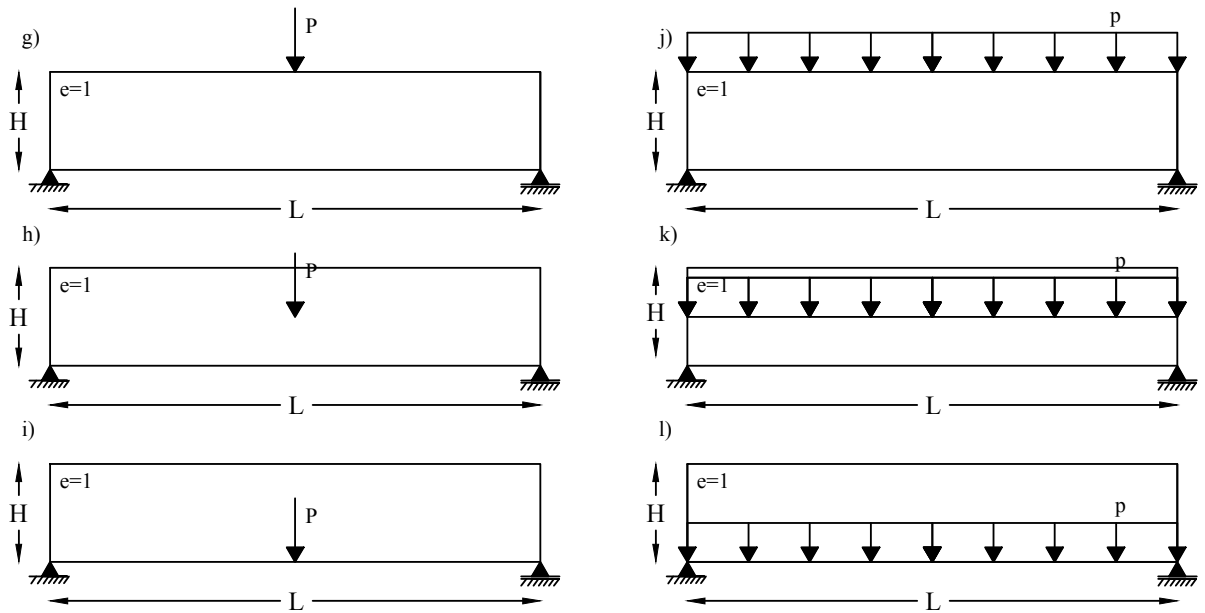


Figura 4.2: Modelos numéricos considerados para cálculo com a simulação da linha neutra na base da secção.

Desta forma, optou-se por usar a carga pontual e os apoios considerados no centro da secção da estrutura para a respectiva análise (situação *a*), *b*) e *c*) da Figura 4.1), e usou-se como referência três relações de L/H - 0,83, 1,20 e 1,50.

Apresenta-se na Tabela 4.1 os valores analíticos correspondentes ao deslocamento δ para as relações L/H definidas e os seus concordantes através de métodos numéricos. Estes valores correspondem à análise do posicionamento da carga pontual em três diferentes locais (situação *a*), *b*) e *c*) da Figura 4.1) para cada relação L/H .

Tabela 4.1: Comparação de deslocamentos δ calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados no centro da secção da estrutura e uma carga pontual aplicada no topo, no centro e na base da secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.1. Numericamente: através dos valores de δ calculados no *SAP2000* medidos na base, no centro e no topo da secção.

Posicionamento da carga	$L[m]$	$H[m]$	L/H	δ Analítico $[m]$	δ Numérico $[m]$		
					Base	Centro	Topo
Topo	10	12	0,83	0,00957	0,01354	0,01633	0,04556
Centro					0,01633	0,02976	0,01633
Base					0,04556	0,01633	0,01354
Topo	12	10	1,20	0,01602	0,01805	0,02105	0,04886
Centro					0,02105	0,03407	0,02105
Base					0,04886	0,02105	0,01807
Topo	12	8	1,50	0,02306	0,02339	0,02654	0,05266
Centro					0,02654	0,03914	0,02654
Base					0,05270	0,02654	0,02340

Verifica-se que o valor numérico mais próximo dos resultados analíticos é para quando o posicionamento da carga é colocado no topo (situação *a*) da Figura 4.1) e o deslocamento da estrutura deformada é medido na base, ou quando a carga é aplicada na base e o deslocamento é medido no topo da secção - isto verifica-se devido à simetria existente na “matriz” de resultados.

Para os estudos seguintes foi tido em conta uma variação de relações L/H apresentadas na Tabela 4.2. Esta variação teve em consideração quocientes muito baixos por forma a comprovar a validade da equação do deslocamento, equação 3.1, para uma viga alta, quando esta tem em conta não só uma altura a ser considerada mas também, quando a altura supera a largura da viga - caso que invalida a noção teórica de viga. Por outro lado, considerou-se uma amostra de quocientes L/H de forma a atingir-se o comportamento natural de uma viga, em que a deformação por corte é praticamente nula - valores de L/H elevados.

4.3 Apoios no centro da secção

Nesta secção os apoios foram considerados no centro da secção da estrutura, situação apresentada na Figura 4.1.

Tabela 4.2: Relações de L/H admitidas no cálculo numérico.

$L[m]$	$H[m]$	L/H
1,2	12	0,10
2,4	12	0,20
4	12	0,33
6	12	0,50
8	12	0,67
10	12	0,83
12	10	1,20
12	8	1,50
12	6	2,00
12	4	3,00
12	2,4	5,00
12	1,7	7,06
12	1,2	10,00
12	0,8	15,00
12	0,6	20,00

É tido em conta o estudo efectuado na secção anterior, onde se verificou que os valores, entre calculados analiticamente e medidos através do modelo numérico, têm uma maior aproximação quando o posicionamento da carga é representado no topo da secção e o deslocamento é medido na base.

No entanto, como os valores da medição de δ no centro e na base da secção, para quando a carga está na mesma posição referida - topo da secção - apresentam um desvio muito pequeno, decidiu-se apresentar também estes valores nos cálculos seguintes para verificar o seu andamento para uma maior amostra de relações L/H .

4.3.1 Comparação dos resultados numéricos com a equação do deslocamento para a linha neutra no centro da secção

Com base nas relações L/H apresentadas na Tabela 4.2 e considerando uma carga pontual (situação a) Figura 4.1) a actuar no topo da secção da estrutura, numa primeira fase foram calculados, através da equação 3.1, os deslocamentos analíticos. Por outro lado, numa segunda fase, e tomando as mesmas considerações, foi efectuado o cálculo numérico onde foram determinados os respectivos deslocamentos.

Através do que foi analisado anteriormente na Tabela 4.1, em que se verificou que o valor numérico mais próximo do analítico seria quando se medisse o deslocamento na base da secção, confirma-se, analogamente, através da Tabela 4.3 e analisando a *Diferença 1*³ e a *Diferença 2*⁴ que os valores, ainda com alguma diferença, mas no entanto mais próximos, encontram-se

³Valor calculado através de erro relativo entre o δ analítico e o δ numérico medido na base da secção, a meio vão da estrutura.

⁴Valor calculado através de erro relativo entre o δ analítico e o δ numérico medido no centro da secção, a meio vão da estrutura.

Tabela 4.3: Comparação de deslocamentos δ calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados no centro da secção da estrutura e um carregamento pontual aplicado no topo secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.1. Numericamente: através dos valores de δ determinados no *SAP2000* medidos na base e no centro da secção.

$L[m]$	$H[m]$	L/H	δ Analítico $[m]$	δ Numérico $[m]$		Diferença 1	Diferença 2
				Base	Centro		
1,2	12	0,10	0,0010	0,0058	0,0083	83,15%	88,21%
2,4	12	0,20	0,0020	0,0081	0,0105	75,65%	81,24%
4	12	0,33	0,0033	0,0096	0,0120	65,00%	72,03%
6	12	0,50	0,0052	0,0107	0,0132	51,61%	60,76%
8	12	0,67	0,0072	0,0120	0,0146	39,46%	50,44%
10	12	0,83	0,0096	0,0135	0,0163	29,31%	41,39%
12	10	1,20	0,0160	0,0181	0,0211	11,25%	23,90%
12	8	1,50	0,0231	0,0234	0,0265	1,40%	13,10%
12	6	2,00	0,0395	0,0371	0,0407	6,44%	2,95%
12	4	3,00	0,0968	0,0893	0,0940	8,37%	2,94%
12	2,4	5,00	0,3613	0,3430	0,3502	5,32%	3,16%
12	1,7	7,06	0,9481	0,9263	0,9359	2,36%	1,30%
12	1,2	10,00	2,5975	2,5618	2,5750	1,39%	0,87%
12	0,8	15,00	8,5838	8,5197	8,5379	0,75%	0,54%
12	0,6	20,00	20,1950	20,1069	20,1325	0,44%	0,31%

definitivamente quando o deslocamento numérico é medido na base da secção da estrutura. Estes valores desaproximam-se quanto maior for a relação de L/H , tendo maior proximidade quando o deslocamento é medido no centro da secção - daí ter-se decidido apresentar os respectivos valores.

Para uma comparação mais clara destes dados, apresenta-se o gráfico da Figura 4.3. O gráfico contém a equação 3.1 e inclui os pontos respectivos aos deslocamentos obtidos através da mesma equação para as relações L/H admitidas. Foram inseridos os valores numéricos dos deslocamentos determinados no *SAP2000*, nomeadamente, na base e no centro da secção para todas as relações L/H admitidas. Foram, ainda, adicionados 7 pontos de deslocamento determinados no *PLAXIS* na base da secção da estrutura, para relações L/H de: 0,5, 0,67, 0,83, 1,2, 1,5, 2,0 e 3,0 - o cálculo efectuado no *PLAXIS* teve os mesmos pressupostos que no *SAP2000* e foi usado para confirmação de resultados.

Analisando o gráfico da Figura 4.3 constata-se que os deslocamentos determinados em ambos os programas de cálculo aproximam-se de uma forma uniforme com os da função analítica. Porém, para valores de δ menores - relações L/H pequenas - existe um sucessivo afastamento dos numéricos relativamente aos analíticos (confirmado em ambos os resultados numéricos).

Relativamente aos dados numéricos determinados no *SAP2000*, tanto na base como no centro da secção, e determinados no *PLAXIS*, comprova-se que coincidem praticamente, onde a diferença que apresentam entre eles é desprezível.

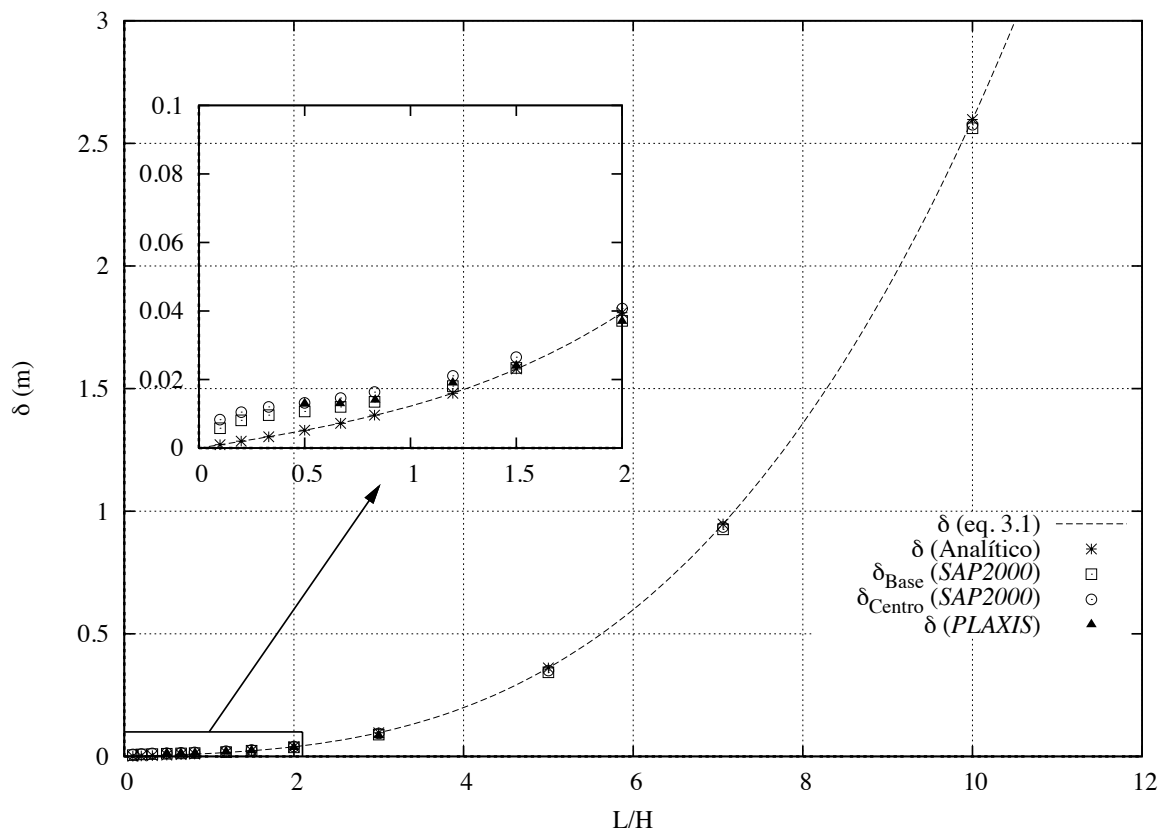


Figura 4.3: Comparação entre deslocamentos δ calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados no centro da secção da estrutura e um carregamento pontual aplicado no topo da secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.1 em função de L/H . Numericamente: através dos valores de δ determinados no *SAP2000* medidos na base e no centro da secção; através dos valores de δ determinados no *PLAXIS* medidos na base da secção.

4.3.2 Índice de deflexão numérico com a simulação da linha neutra no centro da secção

Nesta secção pretende-se efectuar, através dos resultados numéricos obtidos, os traçados gráficos efectuados na secção 3.2.3 e 3.2.4. Numa primeira fase determinou-se no *SAP2000* as tensões de corte, τ , e das tensões normais, σ , para cada relação L/H admitida. Numa segunda fase, efectuou-se o cálculo das extensões de corte, ε_d , e flexão, ε_b , dividindo os valores das tensões pelo módulo de distorção, G , e pelo módulo de elasticidade, E , respectivamente - mantendo-se a relação: $E = 2(1 + \nu)G$ - por forma a obter-se a relação $\delta / (L\varepsilon_{lim})$ através dos deslocamentos δ já determinados na Tabela 4.3.

Apresenta-se, assim, na Figura 4.4 o traçado das equações 3.14 e 3.17 desenvolvidas na subsecção 3.2.3.1 e os valores de $\delta / (L\varepsilon_{bmax})$ e $\delta / (L\varepsilon_{dmax})$ determinados no modelo numérico, para as relações L/H admitidas, com carga pontual aplicada no topo da secção da viga.

Analisando a Figura 4.4 verifica-se que os valores numéricos estão bastante próximos dos

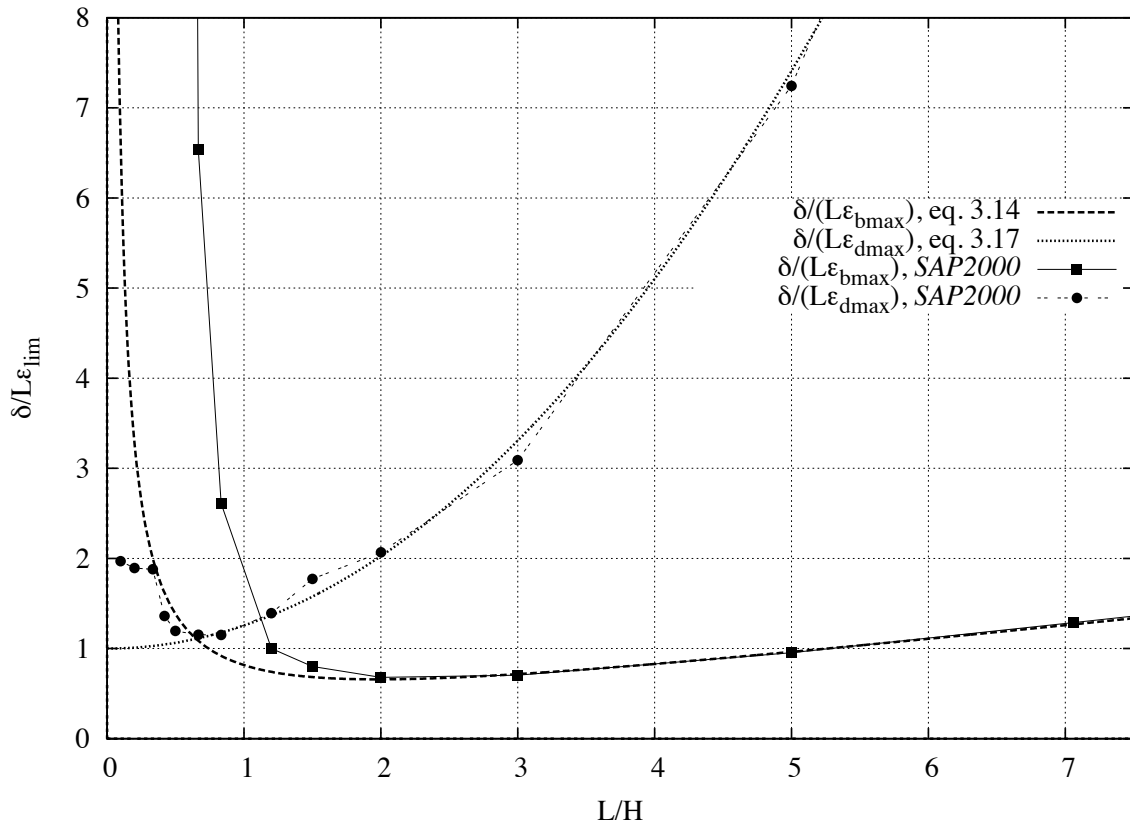


Figura 4.4: Comparação entre método analítico e método numérico na análise de $\delta/(L\epsilon_{lim})$ por L/H com um carregamento pontual, aplicado no topo da secção, uma relação de E/G de 2,6 e a linha neutra considerada no centro da secção da estrutura.

analíticos para a função respectiva ao corte. Por outro lado, para a flexão estes valores têm um ligeiro aumento, comparados com os da função analítica - para relações L/H baixas.

No Capítulo 3 através das análises da relação $\delta/(L\epsilon_{lim})$, efectuadas (subsecção 3.2.3), foi obtido um valor de 0,65 de L/H onde o corte deixa de condicionar a deformação da estrutura, passando a flexão a ser o factor condicionante. Contudo, através da análise numérica, a flexão começa a condicionar para valores mais elevados, ou seja, para maiores relações de L/H . Como consequência, o corte irá controlar a deformação da estrutura para valores mais elevados, neste caso, para L/H aproximadamente de 1,12. Tendo este valor uma grandeza 1,7 vezes maior que o analítico.

É importante referir que os materiais de construção, tomando o exemplo da alvenaria, resistem muito mais à flexão que ao corte, constituindo um factor importante nos estados limites de utilização.

O mesmo foi feito para a carga uniformemente distribuída usando a equação 3.4 (ver Tabela 4.4 e Figura 4.5). Neste caso, para o corte, os valores numéricos traduzem pouco o comportamento analítico. Este problema pode ser gerado pelo facto de se modelar estruturas com uma relação

de L/H muito baixa, onde resulta que a tensão de corte máxima não se encontre num ponto específico, fácil de identificar e uniforme quando usada uma carga uniformemente distribuída. Levando, assim, à divergência e saltos entre valores de diferentes relações de L/H .

No entanto, para a flexão os valores encontram-se uniformes tendo um ligeiro aumento comparados com os da função analítica - para relações L/H baixas.

Assim, considerando os valores obtidos numericamente, tendo em conta um carregamento uniformemente distribuído e os apoios considerados no centro da secção da estrutura, tem-se que a deformação por corte controla para valores até 1 de L/H . Representando uma grandeza 1,5 vezes maior que o analítico.

Tabela 4.4: Comparação de deslocamentos δ calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados no centro da secção da estrutura e um carregamento uniformemente distribuído aplicado no topo secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.4. Numericamente: através dos valores de δ determinados no *SAP2000* medidos na base e no centro da secção.

$L[m]$	$H[m]$	L/H	δ Analítico $[m]$	δ Numérico $[m]$		<i>Diferença 1</i>	<i>Diferença 2</i>
				Base	Centro		
1,2	12	0,10	0,0003	0,0035	0,0050	91,57%	94,10%
2,4	12	0,20	0,0012	0,0097	0,0126	87,80%	90,60%
4	12	0,33	0,0034	0,0191	0,0240	82,41%	85,96%
6	12	0,50	0,0079	0,0323	0,0396	75,55%	80,07%
8	12	0,67	0,0149	0,0475	0,0567	68,73%	73,79%
10	12	0,83	0,0248	0,0652	0,0755	61,91%	67,09%
12	10	1,20	0,0513	0,0942	0,1041	45,54%	50,72%
12	8	1,50	0,0755	0,1120	0,1212	32,58%	37,67%
12	6	2,00	0,1335	0,1599	0,1692	16,49%	21,08%
12	4	3,00	0,3409	0,3490	0,3610	2,33%	5,56%
12	2,4	5,00	1,3181	1,2938	1,3106	1,88%	0,57%
12	1,7	7,06	3,5038	3,4757	3,5005	0,81%	0,10%
12	1,2	10,00	9,6675	9,5937	9,6282	0,77%	0,41%
12	0,8	15,00	32,0794	31,8943	31,9453	0,58%	0,42%
12	0,6	20,00	75,5850	75,3278	75,3960	0,34%	0,25%

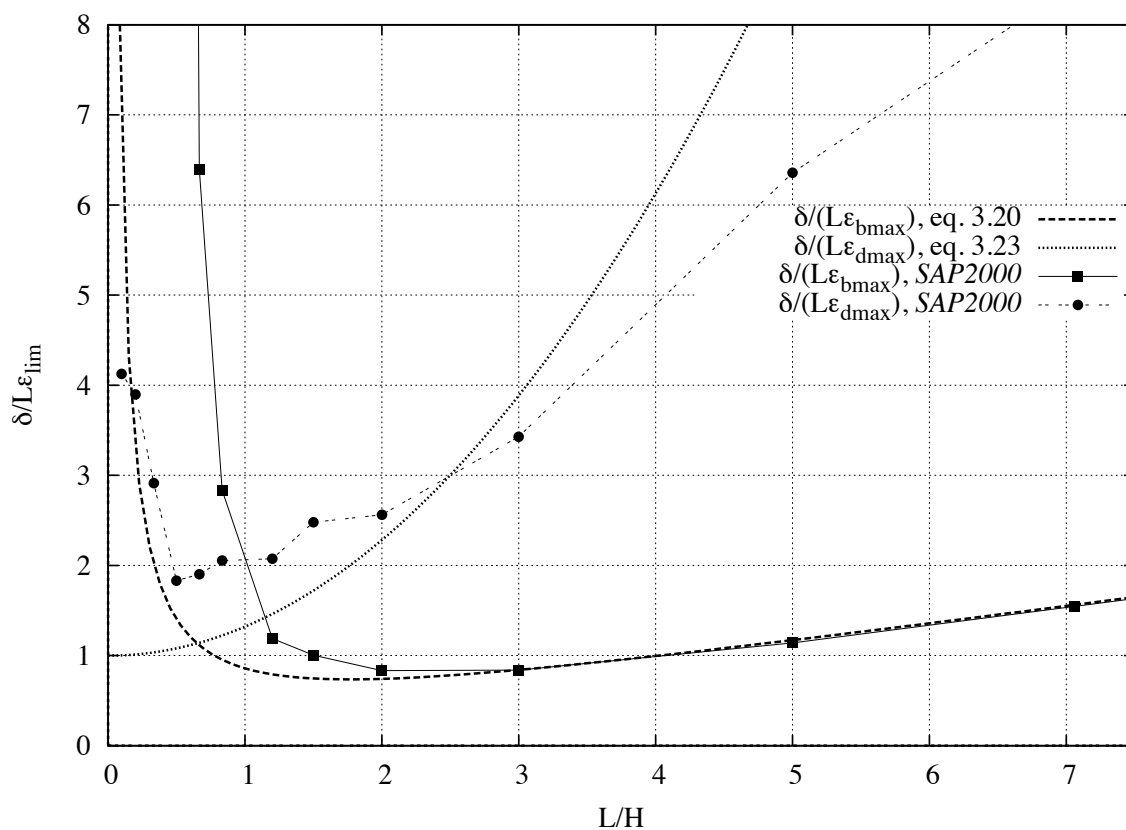


Figura 4.5: Comparação entre método analítico e método numérico na análise de $\delta/(L\epsilon_{lim})$ por L/H com um carregamento uniformemente distribuído, aplicado no topo da secção da estrutura, uma relação de E/G de 2,6 e a linha neutra considerada no centro da secção da estrutura.

4.4 Apoios na base da secção

Nesta secção os apoios foram considerados na base da secção da estrutura, situação apresentada na Figura 4.2.

4.4.1 Comparação dos resultados numéricos com a equação do deslocamento para a linha neutra na base da secção

Analogamente ao estudo efectuado na subsecção 4.3.1 foi feita uma análise comparativa entre os resultados dos deslocamentos determinados analiticamente e numericamente, para os apoios na base da secção da estrutura (ver Figura 4.2). As mesmas relações de L/H apresentadas na Tabela 4.2 foram tidas em conta e foi usada a equação 3.1 para se obter os respectivos valores de deslocamento δ , para uma carga pontual aplicada, por forma a comparar, mais uma vez, com os resultados numéricos obtidos no programa de cálculo.

Apresenta-se na Tabela 4.5 a *Diferença 1*⁵ e a *Diferença 2*⁶, onde os resultados que mais se aproximam dos resultados analíticos - que apresentam um menor erro relativo - encontram-se quando o deslocamento é medido na base de secção da estrutura com a carga a actuar no topo (situação g) da Figura 4.2). Neste caso, com a simulação da linha neutra a actuar na base da estrutura e comparando com os resultados analíticos, o erro relativo entre estes dois métodos é bastante elevado comparando com o da secção anterior. As análises revelam que, a função analítica ao ser modificada para ter em conta a alteração da posição da linha neutra para a base da secção da estrutura não é estritamente correcta traduzindo um afastamento dos valores numéricos.

Tal pode-se analisar mais claramente através do gráfico da Figura 4.6.

O gráfico contém a equação 3.1 e inclui os pontos respectivos aos deslocamentos obtidos através da mesma equação para as relações L/H admitidas. Foram inseridos os valores numéricos dos deslocamentos determinados no *SAP2000*, nomeadamente, na base e no centro da secção para todas as relações L/H admitidas. Foram, ainda, adicionados 4 pontos de deslocamento determinados no *PLAXIS* na base da secção da estrutura, para relações L/H de: 0,5, 0,83, 1,5, e 3,0.

Constata-se que os valores numéricos não coincidem directamente para valores de L/H baixos, no entanto seguem o alinhamento da função. Tal deixa de se confirmar com o gradual aumento de relações de L/H , onde os deslocamentos determinados numericamente afastam-se progressivamente dos analíticos.

⁵Valor calculado através de erro relativo entre o δ analítico e o δ numérico medido na base da secção, a meio vão da estrutura.

⁶Valor calculado através de erro relativo entre o δ analítico e o δ numérico medido no centro da secção, a meio vão da estrutura.

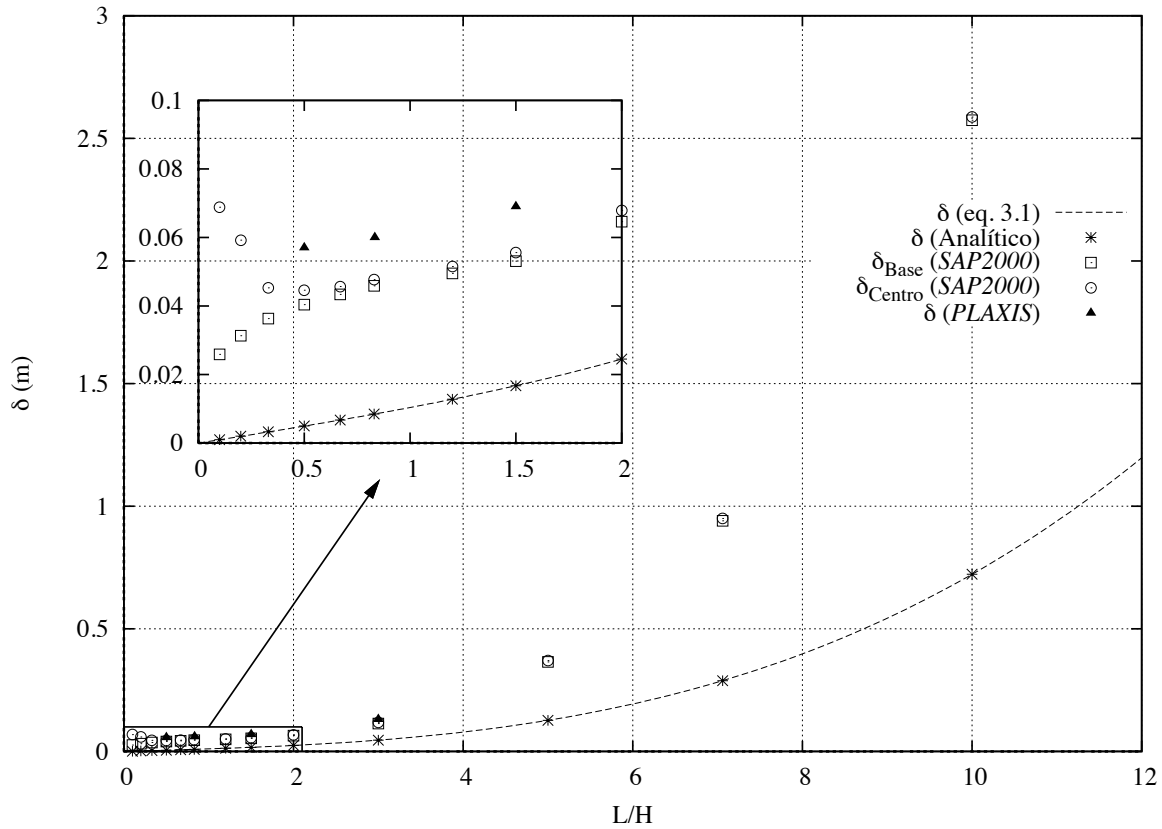


Figura 4.6: Comparação entre deslocamentos calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados na base da secção da estrutura e um carregamento pontual aplicado no topo da secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.1 em função de L/H . Numericamente: através dos valores de δ determinados no *SAP2000* medidos na base e no centro da secção; através dos valores de δ determinados no *PLAXIS* medidos na base da secção.

4.4.2 Índice de flexão numérico com a simulação da linha neutra na base da secção

Analogamente ao analisado na subsecção 4.3.2, pretende-se efectuar, através dos resultados numéricos obtidos, os traçados gráficos apresentados na secção 3.2.3 e 3.2.4. Assim, de igual forma, numa primeira fase determinou-se no *SAP2000* as tensões de corte, τ , e das tensões normais, σ , para cada relação L/H admitida. Numa segunda fase, efectuou-se o cálculo das extensões de corte, ε_d , e flexão, ε_b , dividindo os valores das tensões pelo módulo de distorção, G , e pelo módulo de elasticidade, E , respectivamente - mantendo-se a relação: $E = 2(1 + \nu)G$ - por forma a obter-se a relação $\delta / (L\varepsilon_{lim})$ através dos deslocamentos δ já determinados na Tabela 4.5.

Apresenta-se, assim, na Figura 4.7 o traçado das equações 3.15 e 3.18 desenvolvidas na subsecção 3.2.3.1 e os valores de $\delta / (L\varepsilon_{bmax})$ e $\delta / (L\varepsilon_{dmax})$ determinados no modelo numérico, para as relações L/H admitidas, com carga pontual aplicada no topo da secção da viga.

Analisando a Figura 4.7, verifica-se que o corte condiciona a deformação da estrutura até um

Tabela 4.5: Comparação de deslocamentos δ calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados na base da secção da estrutura e um carregamento pontual aplicado no topo secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.1. Numericamente: através dos valores de δ determinados no *SAP2000* medidos na base e no centro da secção.

$L[m]$	$H[m]$	L/H	δ Analítico $[m]$	δ Numérico $[m]$		<i>Diferença 1</i>	<i>Diferença 2</i>
				Base	Centro		
1,2	12	0,10	0,0010	0,02587	0,06876	96,23%	98,58%
2,4	12	0,20	0,0020	0,03125	0,05924	93,74%	96,70%
4	12	0,33	0,0033	0,03632	0,04531	90,99%	92,78%
6	12	0,50	0,0050	0,04042	0,04456	87,75%	88,88%
8	12	0,67	0,0067	0,04344	0,04574	84,61%	85,38%
10	12	0,83	0,0085	0,04590	0,04766	81,51%	82,19%
12	10	1,20	0,0128	0,04954	0,05152	74,20%	75,19%
12	8	1,50	0,0167	0,05312	0,05561	68,50%	69,91%
12	6	2,00	0,0245	0,06458	0,06792	62,06%	63,93%
12	4	3,00	0,0461	0,11365	0,11835	59,41%	61,03%
12	2,4	5,00	0,1269	0,36488	0,37074	65,23%	65,78%
12	1,7	7,06	0,2886	0,94053	0,95019	69,31%	69,62%
12	1,2	10,00	0,7225	2,57392	2,58716	71,93%	72,07%
12	0,8	15,00	2,2556	8,54472	8,56294	73,60%	73,66%
12	0,6	20,00	5,1950	20,16205	20,18892	74,23%	74,27%

valor de aproximadamente 1,29 de L/H para valores analíticos (referido na subsecção 3.2.3.1) e sobe para um valor de 1,92, quando determinado numericamente. Este valor apresenta uma grandeza 1,5 vezes superior ao valor analítico.

Verifica-se que a diferença entre valores analíticos quando se compara a linha neutra no centro da secção com a linha neutra na base da secção é de, aproximadamente, o dobro.

O mesmo foi feito para a carga uniformemente distribuída. Analisando a Tabela 4.6 pode-se verificar que o menor erro relativo está presente quando se mede o deslocamento na base da secção com a carga aplicada no topo (situação j) Figura 4.2). Os erros relativos entre deslocamentos analíticos e numéricos são superiores quando é considerada uma carga uniformemente distribuída. Como referido na secção 4.3, a carga uniformemente distribuída apresenta maiores divergências de resultados quando comparada com elementos modelados numericamente.

Recorrendo aos valores obtidos na Tabela 4.6 obteve-se o gráfico da Figura 4.8 em que se pode verificar um aumento dos valores do efeito da flexão para valores de L/H , o que provoca o controlo do corte para maiores relações de L/H , como já constatado anteriormente. Neste caso, para a linha neutra base, a fronteira respectiva para qual o corte deixa de controlar a deformação da estrutura, através das funções analíticas demonstradas na subsecção 3.2.1 apresenta um valor de 1,29 - este valor é igual para a mesma fronteira de controlo de deformação por corte quando considerado uma carga pontual aplicada - e para valores obtidos numericamente tem um aumento para 2,62 de L/H , representando o dobro do valor analítico obtido.

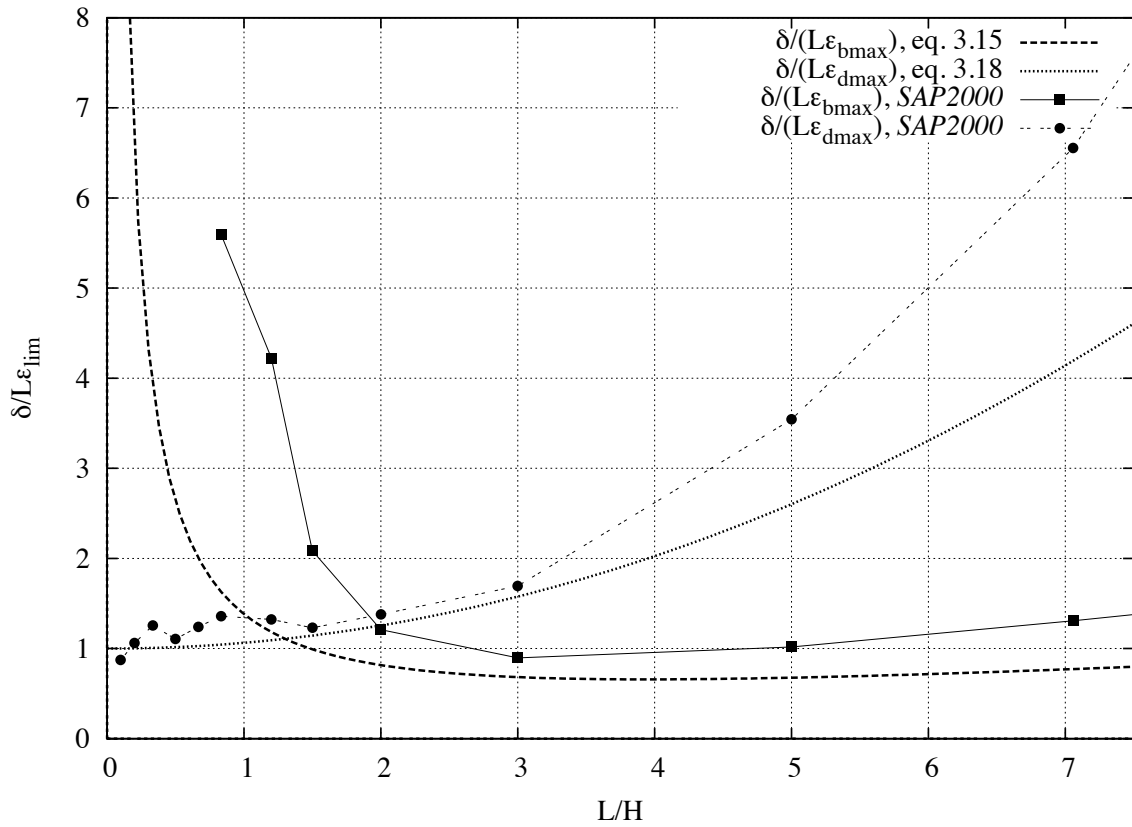


Figura 4.7: Comparação entre método analítico e método numérico na análise de $\delta/L\epsilon_{lim}$ por L/H com carga pontual aplicada e uma relação de E/G de 2,6, com a linha neutra na base da secção.

4.5 Conclusão

No presente capítulo foram comparados os resultados dos deslocamentos calculados de forma analítica com os determinados através de métodos numéricos, podendo-se apresentar as seguintes conclusões:

- Para a linha neutra considerada no centro da secção houve uma boa aproximação à equação do deslocamento. No entanto, os gráficos respectivos à relação $\delta/(L\epsilon_{lim})$, tanto para a carga pontual como para a carga uniformemente distribuída, apresentaram um valor cerca de 1,7 vezes superior aos valores obtidos no Capítulo 3 para o limite do controlo da deformação da estrutura por corte.
- Para a linha neutra considerada na base da secção, ou seja, com a alteração da respectiva equação 3.1 apresentada no subsecção 3.2.1 para ter em conta a alteração da posição da linha neutra, a aproximação dos valores numéricos à equação do deslocamento não se apresentou semelhante. No entanto, é de referir que os valores se aproximam quando menor for a relação de L/H . Contudo, os gráficos respectivos à relação $\delta/(L\epsilon_{lim})$, tanto

Tabela 4.6: Comparação de deslocamentos δ calculados analiticamente e numericamente com os apoios considerados na base da secção da estrutura e um carregamento uniformemente distribuído aplicado no topo secção da estrutura. Analiticamente: através do uso da equação 3.4. Numericamente: através dos valores de δ determinados no *SAP2000* medidos na base e no centro da secção.

$L[m]$	$H[m]$	L/H	δ Analítico $[m]$	δ Numérico $[m]$		<i>Diferença 1</i>	<i>Diferença 2</i>
				Base	Centro		
1,2	12	0,10	0,0003	0,01552	0,04126	98,11%	99,29%
2,4	12	0,20	0,0012	0,03750	0,06029	96,87%	98,05%
4	12	0,33	0,0033	0,07264	0,09065	95,49%	96,38%
6	12	0,50	0,0075	0,12131	0,13354	93,85%	94,41%
8	12	0,67	0,0135	0,17488	0,18266	92,30%	92,63%
10	12	0,83	0,0214	0,22949	0,23459	90,66%	90,86%
12	10	1,20	0,0392	0,28852	0,29234	86,43%	86,61%
12	8	1,50	0,0518	0,28542	0,30058	81,86%	82,77%
12	6	2,00	0,0773	0,32790	0,33583	76,44%	77,00%
12	4	3,00	0,1510	0,49662	0,50845	69,59%	70,30%
12	2,4	5,00	0,4392	1,41796	1,43331	69,02%	69,36%
12	1,7	7,06	1,0308	3,56210	3,58688	71,06%	71,26%
12	1,2	10,00	2,6363	9,66727	9,70181	72,73%	72,83%
12	0,8	15,00	8,3489	32,03724	32,08823	73,94%	73,98%
12	0,6	20,00	19,3350	75,64286	75,71128	74,44%	74,46%

para a carga pontual como para a carga uniformemente distribuída, apresentam um bom e coerente andamento tanto nos valores respectivos à flexão como nos respectivos ao corte. Neste caso, os valores de controlo por corte sobem para cerca de 1,5 a 2 vezes (carga pontual e carga uniformemente distribuída, respectivamente) aos valores obtidos no Capítulo 3.

Com isto, tem-se que, através da modelação efectuada e considerando a linha neutra na base da secção, o corte pode controlar a resistência da estrutura para valores até 2,6 de L/H .

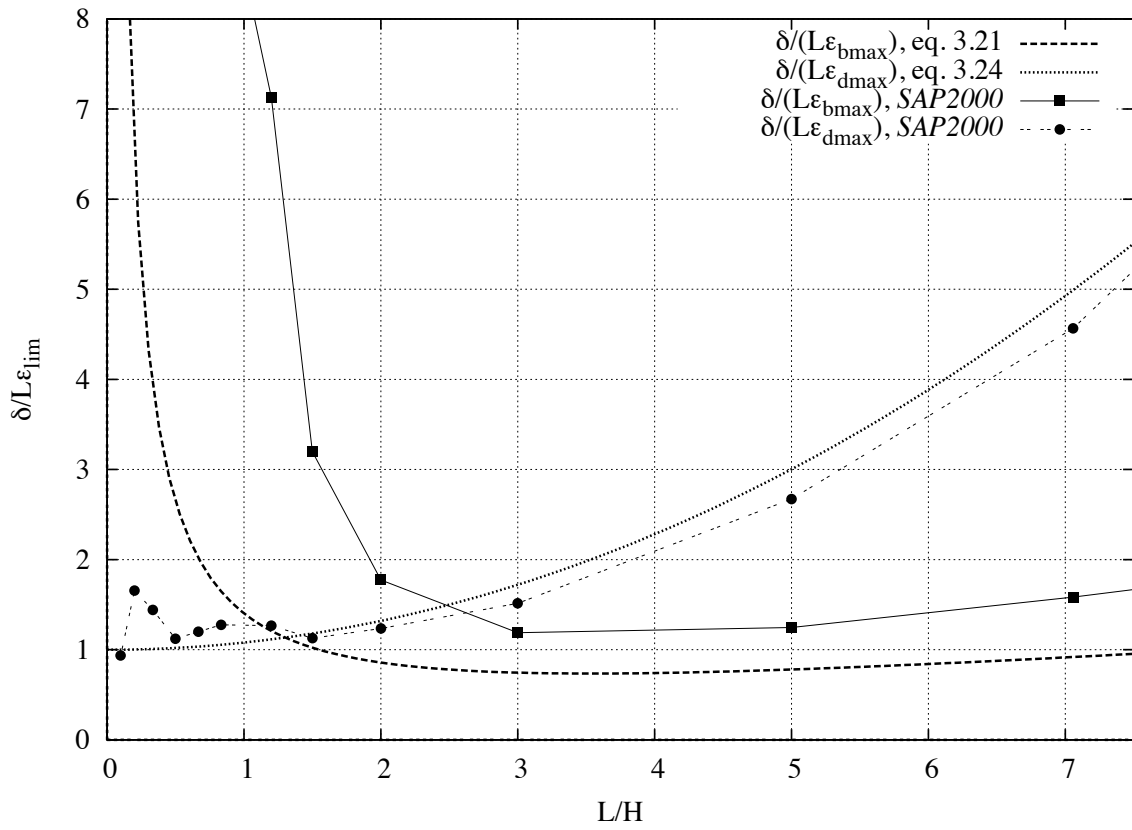


Figura 4.8: Comparação entre método analítico e método numérico na análise de $\delta/L\epsilon_{lim}$ por L/H com carga uniformemente distribuída aplicada e uma relação de E/G de 2,6, com a linha neutra na base da secção.

Capítulo 5

A influência das aberturas no comportamento da estrutura

5.1 Introdução

A resposta dos edifícios a movimentos do solo induzidos por escavações é um complexo problema de interacção solo-estrutura, em que o movimento pode causar respostas diferentes em estruturas na vizinhança dependendo das condições do solo e do tipo de estrutura. No entanto, muitos critérios de projecto não consideram explicitamente a interacção solo-estrutura quando é considerado o possível dano nas estruturas adjacentes a escavações.

Para uma avaliação de possíveis danos nos edifícios é necessário um bom conhecimento da interacção solo-estrutura para considerar o efeito da rigidez do solo e da estrutura na resposta do edifício. Assim, para uma melhor estimativa da resposta dos edifícios a escavações que induzem movimentos do solo, a rigidez do solo e das estruturas deve ser estimada. Existem vários métodos para determinar a rigidez do solo, mas, é relativamente difícil estimar a rigidez da estrutura, especialmente para edifícios com aberturas. A estimativa da rigidez de uma estrutura deve ter em conta, não só o efeito da anisotropia devido aos diferentes materiais, mas também a heterogeneidade pela presença de aberturas, como portas e janelas.

Levou-se a cabo, no presente capítulo, um estudo que teve como objectivo o cálculo dos deslocamentos, δ , e da rigidez, E/G , através da influência directa da variação da percentagem de aberturas, para diferentes relações de L/H e para ambas as posições possíveis da linha neutra referidas e consideradas anteriormente.

5.2 Trabalhos realizados por Son e Cording (2007)

Son e Cording (2007) efectuaram um estudo que relaciona a percentagem de aberturas e o factor de rigidez normal e de corte da argamassa dos tijolos, presentes na alvenaria, com o módulo de elasticidade e de distorção do material. Elaboraram um modelo numérico de uma

viga simplesmente apoiada com uma relação L/H de 3 - com as dimensões $L = 18300mm$ e $H = 6172mm$. Modelaram cada unidade de alvenaria ou tijolo como um bloco separado, com propriedades de rigidez da argamassa nas fronteiras entre cada unidade de tijolo. Cada tijolo foi modelado como uma unidade deformável elástica e a argamassa presente na fronteira foi modelada de forma a ter uma rigidez de tracção e uma rigidez de corte suficientemente altas de forma a não existir rotura.

Os autores tiveram como objectivo estudar o efeito da alteração do módulo de elasticidade e de distorção de uma estrutura genérica quando esta é sujeita a um aumento de percentagem de aberturas - de 0% para 10%, 20% e 30%.

Os autores consideraram quatro casos de relação entre a rigidez de corte (K_s) e a rigidez normal (K_n):

- $K_s/K_n = 1$
- $K_s/K_n = 1/10$
- $K_s/K_n = 1/20$
- $K_s/K_n = 1/50$

Deste modo, Son e Cording (2007) efectuaram 4 modelos numéricos, um para cada relação K_s/K_n . Numa primeira fase os autores modelaram a estrutura para cada relação K_s/K_n por forma a calcular os deslocamentos devido ao peso próprio da estrutura, numa segunda fase foi efectuada uma retroanálise recorrendo às *equações de deflexão* (Gere e Timoshenko, 1990) com o objectivo de determinar o módulo de elasticidade, E , e distorção, G . Este processo foi repetido para aberturas de 0%, 10%, 20% e 30%. Os autores, obtiveram assim os gráficos presentes nas Figuras 5.1 e 5.2. É de salientar que Son e Cording (2007) consideraram os apoios da viga na base da secção no entanto, para retroanálise não consideraram o efeito da alteração da posição da linha neutra quando é considerada uma viga alta e os apoios são mantidos na base da secção da estrutura.

Através da variação da percentagem de aberturas com uma relação de L/H elevada ($L/H = 3$), como era de esperar, a estrutura tem maiores deformações e, por consequência, tanto o módulo de elasticidade como o módulo de distorção sofrem decréscimo ($E = \sigma/\varepsilon_b$; $G = \tau/(2\varepsilon_d)$) - este decréscimo resulta num aumento da relação E/G . Por outro lado, os autores obtiveram resultados de diminuição do módulo de elasticidade em cerca de 26% quando há um aumento de 0% para 30% nas aberturas, não sendo muito significativa a diferença entre a relação do factor de rigidez normal e de corte usados (ver Figura 5.1). No entanto, com a mesma percentagem de aumento de aberturas, o módulo de distorção desce cerca de 77% para a primeira relação de K_s/K_n , porém, para valores mais baixos, da mesma relação, o módulo de distorção tem apenas um decréscimo em média de 45% para qualquer relação de K_s/K_n (ver Figura 5.2).

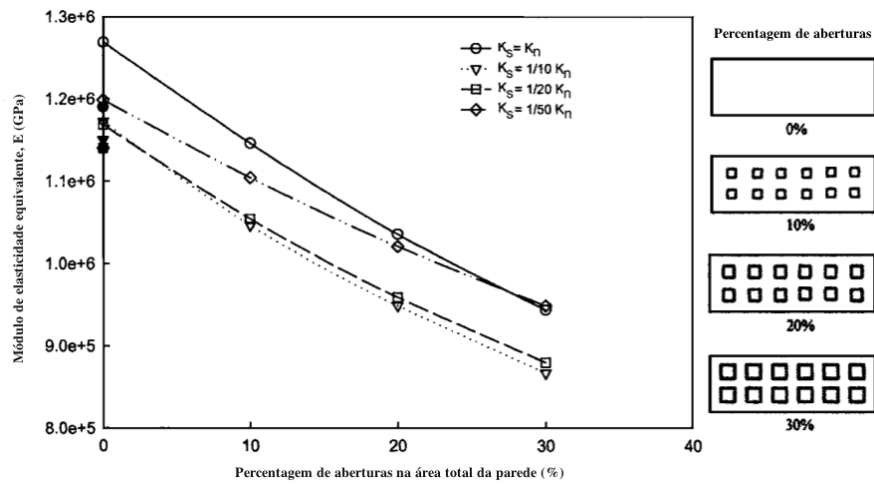


Figura 5.1: Relação entre o módulo de elasticidade e a percentagem de aberturas da área total da estrutura (Son e Cording, 2007).

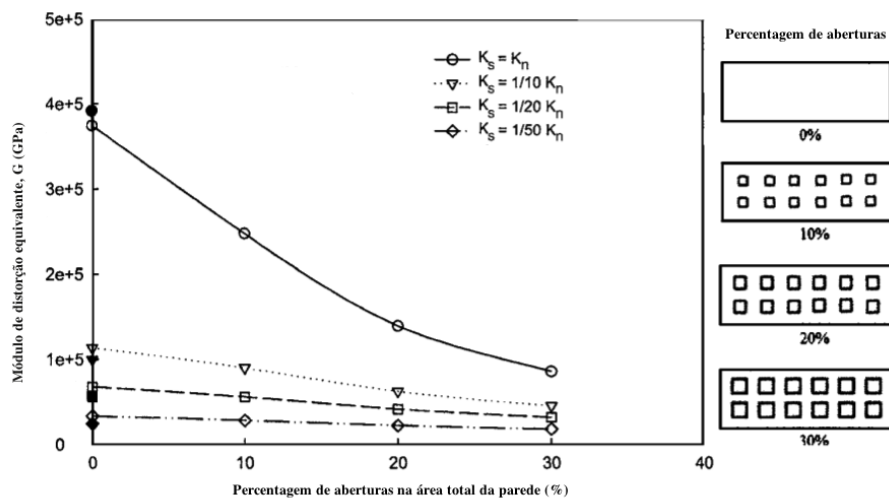


Figura 5.2: Relação entre o módulo de distorção e a percentagem de aberturas da área total da estrutura (Son e Cording, 2007).

De uma forma sumária, pode concluir-se que, a variação do módulo de elasticidade não é afectada pela relação entre rigidez de corte e normal da argamassa dos tijolos presentes na estrutura. No entanto, a variação do módulo de distorção é directamente afectada quando nos deparamos com uma rigidez de corte perto ou igual à rigidez normal.

5.3 Aplicação numérica da influência directa das aberturas no comportamento da estrutura para várias relações L/H

Para melhor compreender o fenómeno da influência directa das aberturas no comportamento e na alteração da rigidez da estrutura, levou-se a cabo um estudo numérico que se apresenta em seguida.

5.3.1 Apresentação do caso de estudo numérico

De modo a estudar a influência da percentagem de aberturas e a variação de L/H na rigidez da estrutura, E/G , foi realizado um estudo paramétrico através de um modelo construído em elementos finitos no programa de cálculo *SAP2000*.

Através do recurso ao programa de cálculo numérico foram efectuados três modelos de viga simplesmente apoiada: um primeiro com uma relação L/H de 1, um segundo modelo com uma relação de L/H de 2 e um terceiro modelo com uma relação L/H de 10. Em ambos os três modelos foram criadas aberturas uniformemente distribuídas para simular uma estrutura heterogénea e anisotrópica, correspondendo a 0%, 16%, 24% e 36%. O material foi considerado com um comportamento elástico-linear, em estado plano de tensão, um módulo de elasticidade E de $1GPa$, um coeficiente de Poisson, ν , de 0,3, uma carga pontual, P , de $10000kN$ e a malha foi definida com um espaçamento máximo de 0,25m.

De acordo com as análises efectuadas no Capítulo 3, considerou-se as duas posições respectivas à linha neutra admitidas anteriormente. Deste modo, representou-se no modelo numérico os apoios em dois locais diferentes - os apoios restringem, assim, a presença de extensão, ou compressão, onde aplicados:

- Linha neutra no centro - apoios no centro da secção (ver Figura 5.3i).
- Linha neutra na base - apoios na base da secção (ver Figura 5.3ii).

Considere-se assim os exemplos ilustrados nas Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 para as três relações L/H admitidas (1, 2 e 10) e com uma percentagem de aberturas que varia entre 0 a 36%.

Desta forma, o estudo efectuado nas duas secções seguintes (subsecção 5.3.2 e subsecção 5.3.3) consiste em duas fases: numa primeira fase foi considerado o modelo numérico com uma carga pontual, P , a meio vão da estrutura, foi efectuado o cálculo e foram determinados os deslocamentos para cada relação de L/H . Em cada uma das três relações de L/H consideradas foram definidas quatro percentagens de aberturas - correspondentes às situações 1), 2), 3) e 4) das Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 - onde resulta quatro deslocamentos para cada relação de L/H . Numa segunda fase foi efectuada uma retroanálise através equação do deslocamento apresentada na subsecção 3.2.1 (equação 3.1, Timoshenko, 1957), onde foram usados os deslocamentos obtidos

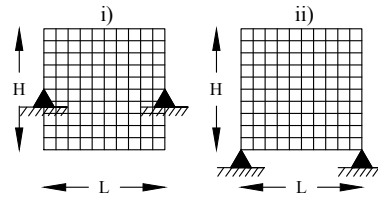


Figura 5.3: Modelo de cálculo com malha de elementos finitos para uma relação de L/H de 1: i) simulação da linha neutra no centro da estrutura; ii) simulação da linha neutra na base da estrutura.

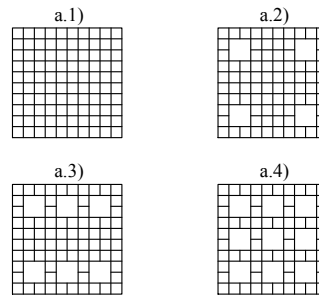


Figura 5.4: Modelo de cálculo com malha de elementos finitos para uma relação de L/H de 1 e com a imposição de aberturas na estrutura: a.1) 0%; a.2) 16%; a.3) 24%; a.4) 36%.

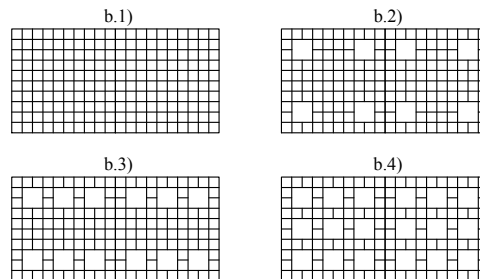


Figura 5.5: Modelo de cálculo com malha de elementos finitos para uma relação de L/H de 2 e com a imposição de aberturas na estrutura: b.1) 0%; b.2) 16%; b.3) 24%; b.4) 36%.

através do modelo numérico para cada uma das quatro percentagens de aberturas nas três relações de L/H consideradas, com o objectivo de obter a relação E/G ; pretende-se, assim, simular uma estrutura anisotrópica e heterogénea.

5.3.2 Linha neutra simulada no centro da secção da estrutura

Para esta primeira análise a linha neutra foi considerada no centro da secção da estrutura, apresenta-se na Tabela 5.1 as constantes tomadas para o cálculo - percentagens de aberturas já

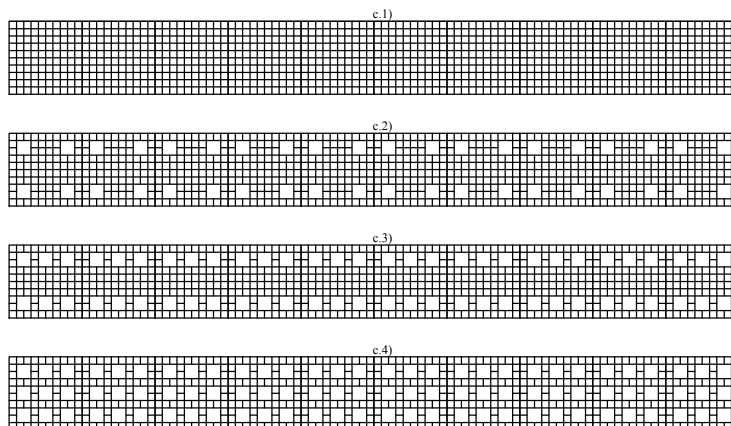


Figura 5.6: Modelo de cálculo com malha de elementos finitos para uma relação de L/H de 10 e com a imposição de aberturas na estrutura: c.1) 0%; c.2) 16%; c.3) 24%; c.4) 36%.

mencionadas na secção anterior - e os deslocamentos, δ , determinados no modelo numérico.

A Figura 5.7a) e b) representa graficamente os resultados da Tabela 5.1, relacionando os deslocamentos determinados no programa de cálculo e a relação E/G com o aumento da percentagem de aberturas. Para baixos rácios de L/H o aumento da relação E/G , sendo o seu valor inicial 2,6, apresenta em média um aumento de 10 valores, para aberturas com uma variação entre 0 a 36%. Verifica-se que para um L/H de 10, a relação E/G dispara para valores excessivos, por consequência da diminuição da rigidez de corte. Note-se que, o mesmo acontece para o deslocamento com o mesmo rácio L/H , comparando com os diferentes considerados.

Para apoiar a comparação, foi adicionado ao gráfico da Figura 5.7b) dois valores de E/G propostos por Cook (1994) e Burland e Wroth (1994). O valor de E/G proposto por Cook (1994) foi baseado em retroanálises a partir de observações em campo de deformações de flexão e de corte, o valor analisado e posteriormente proposto foi de 30. No entanto, a percentagem de aberturas não foi devidamente expressa, foi estimado um valor de aproximadamente 25% baseado nas ilustrações no seu artigo. Para o valor de E/G de 12,5 de Burland e Wroth (1974), a percentagem de aberturas assumida foi de 25%.

5.3.3 Linha neutra simulada na base da secção da estrutura

Nesta análise, para a linha neutra simulada na base, obteve-se, como anteriormente, a Tabela 5.2 através dos modelos numéricos referidos e das percentagens de aberturas. Na Tabela 5.2 pode-se verificar um aumento de deslocamentos por ter sido considerada a linha neutra na base, esse aumento de deslocamentos faz que o cálculo da relação de E/G aumente proporcionalmente e em larga escala.

Tabela 5.1: Deslocamentos, δ , e relações de E/G calculados por modelos numéricos com a linha neutra considerada no centro da secção (entre parêntesis são apresentados os deslocamentos calculados de forma analítica).

Modelo de cálculo	Área [m^2]	% de Aberturas	Número de Janelas	δ Numérico [m]	E/G
a.1)	1	0%	0	0,011 (0,0123)	2,3
a.2)	0,84	16%	4	0,020	4,7
a.3)	0,76	24%	6	0,021	4,9
a.4)	0,64	36%	9	0,035	8,7
b.1)	2	0%	0	0,034 (0,0395)	1,9
b.2)	1,68	16%	8	0,061	5,5
b.3)	1,52	24%	12	0,085	8,8
b.4)	1,28	36%	18	0,139	16,0
c.1)	10	0%	0	2,561 (2,598)	2,7
c.2)	8,4	16%	40	4,020	40,0
c.3)	7,6	24%	60	4,487	53,3
c.4)	6,4	36%	90	4,820	61,4

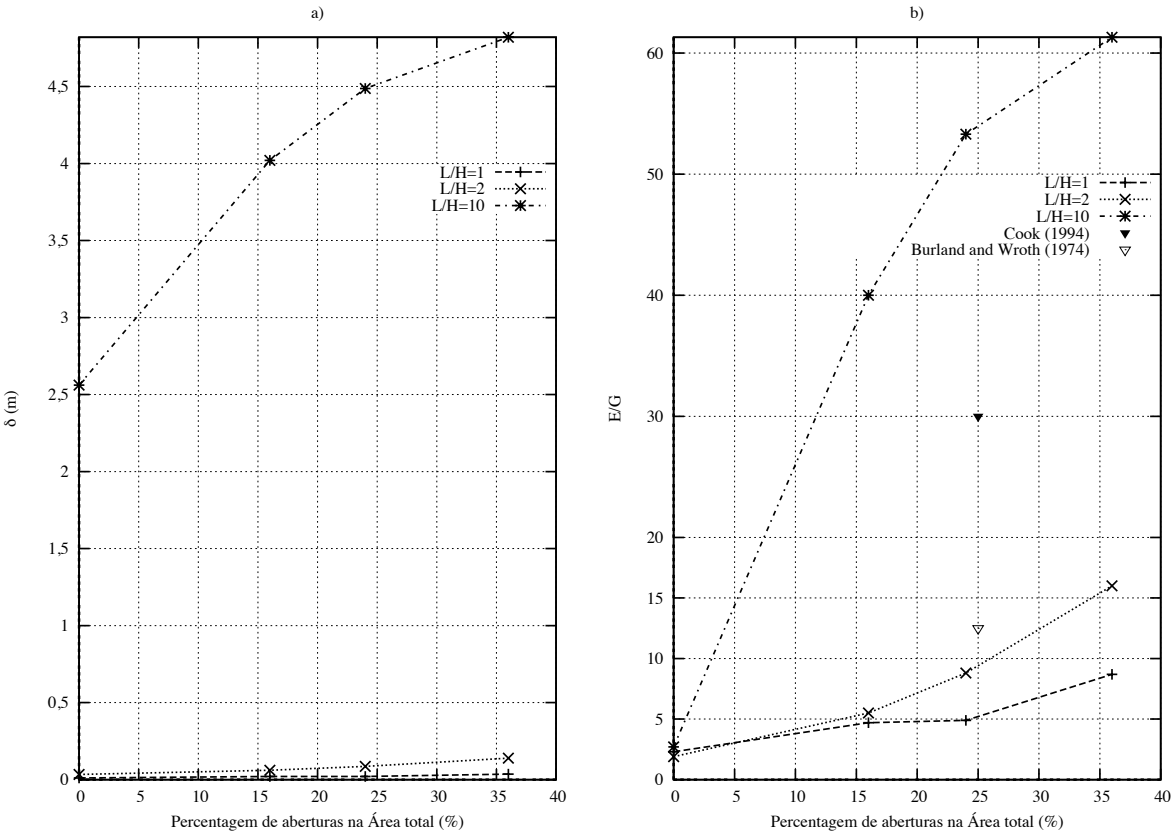


Figura 5.7: Linha neutra no centro da secção: a) relação de δ em função da percentagem de aberturas; b) relação de E/G em função da percentagem de aberturas.

Como se pode verificar através dos gráficos a) e b) da Figura 5.8, obtidos a partir da Tabela 5.2, o andamento do deslocamento é proporcional à relação E/G . Constata-se que todos os valores aumentam para cerca do dobro, comparando com os calculados na secção anterior. Em que, quando L/H toma o valor de 1 e 2 existe um aumento da relação E/G , em média, de 18 valores.

Como na secção anterior, para apoiar a comparação, foi adicionado ao gráfico da Figura 5.8b) dois valores de E/G propostos por Cook (1994) e Burland e Wroth (1994) já referidos anteriormente.

Os resultados das análises numéricas para rácios de L/H baixos, para 25% de aberturas, ficou mais próximo do resultado proposto por Burland e Wroth (1974). Verifica-se que a análise anterior, para a linha neutra simulada no centro da secção, os valores são relativamente baixos comparando com os propostos pelos autores referidos.

Tabela 5.2: Deslocamentos e relações de E/G calculados por modelos numéricos com a linha neutra considerada na base da secção (entre parêntesis são apresentados os deslocamentos calculados de forma analítica).

Modelo de cálculo	Área [m^2]	% de Aberturas	Número de Janelas	δ Numérico [m]	E/G
a.1)	1	0%	0	0,0317 (0,010)	8,3
a.2)	0,84	16%	4	0,044	11,6
a.3)	0,76	24%	6	0,044	11,6
a.4)	0,64	36%	9	0,069	18,4
b.1)	2	0%	0	0,055 (0,025)	6,7
b.2)	1,68	16%	8	0,084	10,6
b.3)	1,52	24%	12	0,105	13,3
b.4)	1,28	36%	18	0,175	22,8
c.1)	10	0%	0	2,583 (0,723)	52,2
c.2)	8,4	16%	40	4,044	91,2
c.3)	7,6	24%	60	4,506	103,5
c.4)	6,4	36%	90	4,856	112,8

5.3.4 Análise de resultados

Dados os resultados apresentados nos gráficos da Figuras 5.7 e 5.8 constata-se que, com o aumento da relação L/H da estrutura a rigidez da estrutura aumenta. Este facto é importante visto que em grande parte dos casos, o movimento do solo induzido pela escavação desenvolve-se progressivamente e, onde resulta que, a estrutura é gradualmente afectada na relação entre a largura e a altura (L/H).

Desta forma, tem-se um maior condicionamento através da deformação por corte do que pela deformação por flexão.

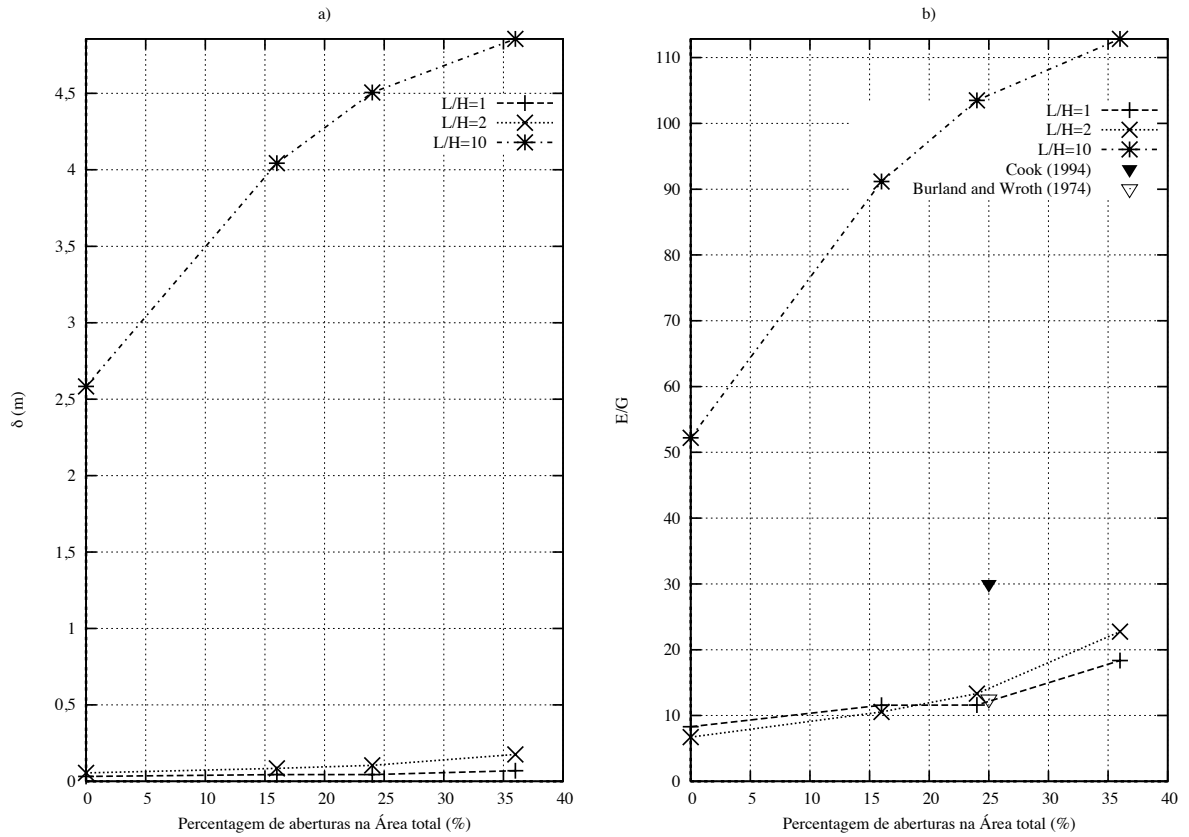


Figura 5.8: Linha neutra na base da secção: a) relação de δ em função da percentagem de aberturas; b) relação de E/G em função da percentagem de aberturas.

Tal significa que, é difícil estimar a relação E/G de uma estrutura que está gradualmente a ser afectada, e como verificado anteriormente, a relação irá aumentar com o aumento da relação L/H .

Por outro lado, a relação E/G tem um aumento constante quando aumentadas as aberturas na estrutura.

Para efeitos de comparação, com o objectivo de interligar a deformação com a relação E/G e L/H , obteve-se o gráfico da Figura 5.9. Este, realça o aumento progressivo do rácio L/H e a relação entre a deformação por flexão e corte, $\varepsilon_{bmax}/\varepsilon_{dmax}$, para diferentes relações de E/G . As extensões foram obtidas através das expressões desenvolvidas na subsecção 3.2.2 com a aplicação de uma carga pontual a meio vão.

Normalizando as equações 3.7b e 3.12, chegou-se a:

$$\frac{\varepsilon_{bmax}}{\varepsilon_{dmax}} = 2 \frac{L}{H} \frac{G}{E} \quad (5.1)$$

Verifica-se que a deformação por corte condiciona o início da fissuração para baixos rácios de L/H . Inicialmente todas as estruturas encontram-se nesta condição quando sujeitas a um

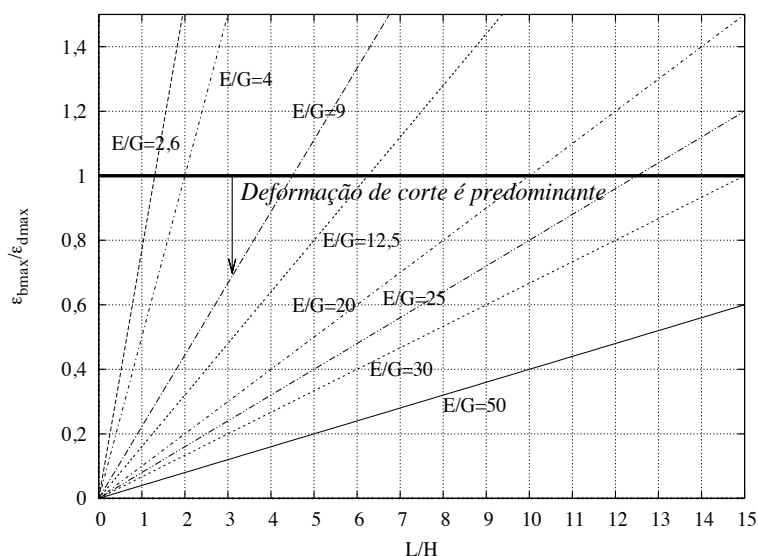


Figura 5.9: Relação de $\varepsilon_{bmax}/\varepsilon_{dmax}$ em função de L/H , para várias relações de E/G : 2,6, 4, 9, 12,5, 20, 25, 30 e 50, com uma carga pontual e a linha neutra considerada na base da secção da estrutura.

movimento do solo associado a escavações. A relação L/H para a qual a deformação de corte condiciona a fissuração da estrutura, cresce à medida que a relação E/G cresce. Assim, se for assumido uma relação E/G entre 12,5 a 30, os rácios de L/H para os quais a deformação por corte controla encontram-se entre 6.2 a 15.

Recorrendo, novamente, ao uso das equações 3.15 e 3.18 apresenta-se o gráfico da Figura 5.10 para 3 relações E/G . Através de análises usadas anteriormente no Capítulo 3, verifica-se, como esperado, que a margem para qual a deformação de corte controla tem um intervalo, igual ao apresentado em Figura 5.9, entre 6.2 a 15 de L/H , quando é usado uma variação E/G de entre 12.5 a 30

5.4 Conclusão

Nas análises realizadas, admitindo que o modo de rotura por corte é predominante sobre o modo de rotura por flexão na deformação de uma estrutura, chegou-se a resultados da relação de E/G inferiores aos propostos por Cook (1994), que correspondem a 30 para estruturas muito flexíveis e com um numero relativo de aberturas. Os valores obtidos aproximam-se dos propostos por Burland e Wroth (1974) de $E/G = 12,5$. Os resultados numéricos atingidos no estudo mostram que, na realidade, existe um módulo de elasticidade muito superior ao módulo de distorção sob condições normais, comparando com um elemento isotrópico.

Assumindo um intervalo típico para a percentagem de aberturas numa estrutura, de 10 a 25%, e uma relação de L/H de 2 obtém-se um intervalo de E/G de 9 a 14 quando considerada a

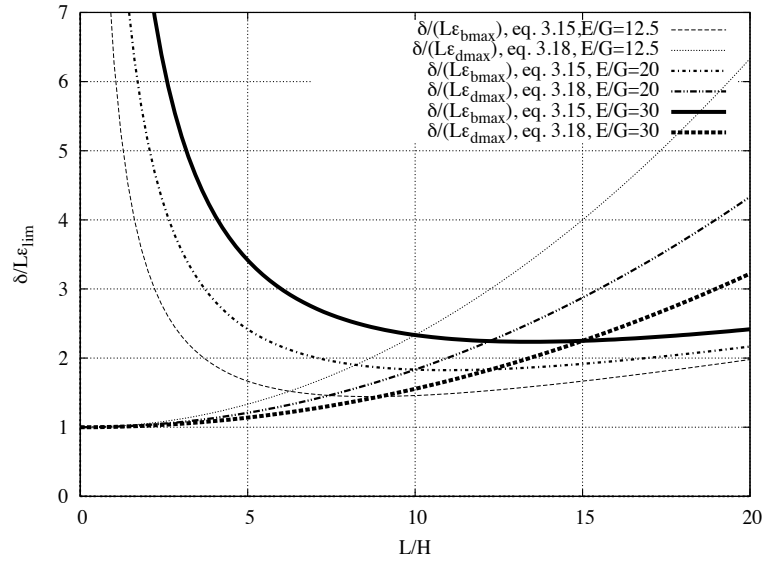


Figura 5.10: Comparação da relação $\delta/(L\epsilon_{lim})$ em função de L/H para várias relações de E/G : 12.5, 20 e 30, com uma carga pontual e a linha neutra na base da secção da estrutura.

simulação da linha neutra na base e de 4 a 9 quando considerada a linha neutra no centro. Son e Cording (2007) ao considerar a rigidez normal e de corte dos tijolos nos cálculos analíticos atingiram um intervalo, para as mesmas condições, entre 4 e 9 de E/G . Dados estes resultados e através das análises efectuadas na secção 3.5 pode-se agora refazer o gráfico correspondente ao dano para as relações L/H e E/G determinadas - apresenta-se, assim, o gráfico da Figura 5.11,

Com o estudo pode-se verificar que à medida que as fases de escavação são concluídas e são sucessivamente processados novos assentamentos, a relação L/H vai sendo aumentada, este efeito implica o aumento da relação E/G da estrutura afectada. Desta forma, quanto mais flexível for a estrutura maior será a incidência no rácio L/H onde a distorção e a tensão de corte controla a rotura e será o factor limitativo.

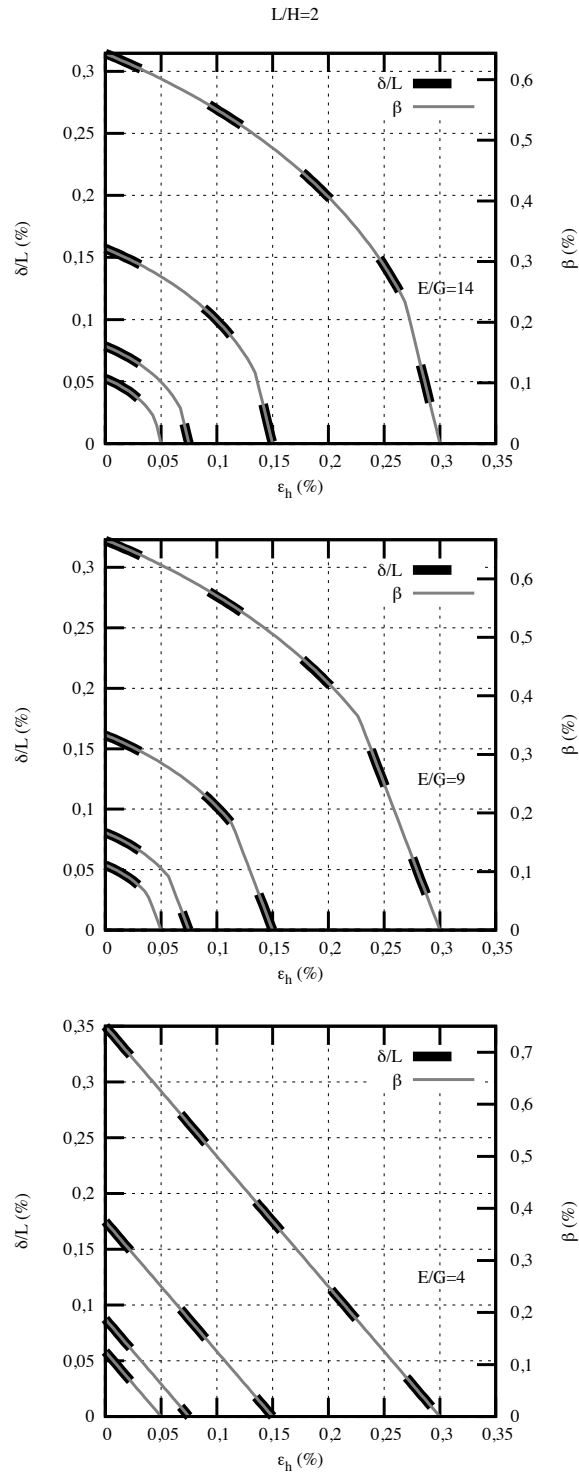


Figura 5.11: Limite de danos; sobreposição de δ/L e β com carga pontual aplicada para uma relação de L/H de 2 e três relações de E/G : 4, 9 e 14.

Capítulo 6

Conclusões

O objectivo inicial deste trabalho foi avaliar os métodos analíticos e perceber o porquê de existir uma incidência de certos autores para a distorção angular e outros para o índice de deflexão. Através das demonstrações e análises apresentadas no Capítulo 3, verificou-se que ambos os métodos analíticos apresentam resultados semelhantes e que não transmitem pontos sensíveis de serem considerados. Isto é, quando considerado os dois tipos de carregamento - carregamento pontual e uniformemente distribuído - tanto para o índice de deflexão como para a distorção angular, não existe diferença significativa, concluindo-se que a forma de carregamento da estrutura não influencia a deformação da mesma. Por outro lado, quando considerada a linha neutra no centro da secção, para estruturas com uma deformação do tipo convexa, e quando considerada a linha neutra na base da secção, para estruturas com uma deformação do tipo côncava, os resultados obtidos para o controlo da deformação por corte na deformação da estrutura, tanto para o índice de deflexão como para a distorção angular, são iguais.

No mesmo capítulo foi analisada a tolerância da rotura das estruturas quando situadas adjacentes a escavações. Com a imposição das extensões laterais as estruturas tornam-se mais frágeis e menos tolerantes a assentamentos. Como consequência, medidas para mitigar os danos relacionados com escavações devem incluir estudos, em fase de projecto, de forma a evitar as extensões laterais.

Através das análises numéricas efectuadas no Capítulo 4, por forma a confirmar os valores analíticos, concluiu-se que as equações analíticas quando modificadas de forma a alterar o posicionamento normal da linha neutra não transmitem resultados semelhantes - comparando com os valores numéricos - para a fronteira de controlo do corte na rotura da estrutura. A partir dos resultados determinados numericamente obteve-se valores mais elevados para a fronteira de controlo de deformação por corte. Admitindo um caso de uma deformação do tipo côncava da estrutura, onde a linha neutra é considerada na base da secção resultando das restrições de deformabilidade, tem-se que o corte controla a rotura para valores até 2,6 de L/H . Este valor é consideravelmente elevado, representando uma grandeza duas vezes superior, quando comparado com os resultados analíticos obtidos.

Um factor importante a ter em consideração é a forma como os movimentos do solo relativos a escavações incidem sobre a estrutura. Como tratado, os movimentos do solo relativos a escavações usualmente devolvem-se na forma de uma onda que gradualmente atinge a estrutura, aumentando desta forma o rácio L/H , que no início será demasiado pequeno, onde as deformações da estrutura dar-se-ão unicamente por corte. Assim, a tolerância de uma estrutura segundo uma deformação inicial será em resposta à sua tolerância para deformação por corte e extensão horizontal.

Com o aumento das estruturas em altura tem-se um aumento da rigidez de corte, no entanto a estrutura está mais sujeita a inclinações desenvolvidas em resposta a assentamentos graduais causados por escavações adjacentes, uma largura superior à altura cria na estrutura uma rigidez de flexão superior o que a torna mais flexível e possibilita o acompanhamento dos movimentos do solo.

O modelo numérico realizado para estudo das aberturas no comportamento da estrutura (apresentado no Capítulo 5) permitiu chegar a resultados idênticos aos de Burland e Wroth (1974) quando considerada a linha neutra na base. O aumento das aberturas traduz-se num aumento da proporção da rigidez de flexão para com a rigidez de corte, onde a relação E/G cresce, como consequência dá-se um aumento da largura L da estrutura afectada para a qual a deformação por corte é o factor limitativo.

Com as análises efectuadas tanto o índice de deflexão como a distorção angular ficam em função de: ε_{lim} , L/H , E/G e ε_h . Caso seja possível estimar razoavelmente as extensões limites, ε_{lim} , e a relação L/H afectada para uma estrutura sujeita a escavações nas suas imediações, o índice de deflexão e a distorção angular para a dada estrutura poder ser estimado e posteriormente comparado com os movimentos do solo de forma a prever situações menos vantajosas e potenciais danos que poderão requerer da aplicação de medidas correctivas. Desta forma, e usando uma retroanálise de forma a estimar a rigidez da estrutura através da relação L/H determinada e as aberturas existentes na dada estrutura, consegue-se efectuar um gráfico de dano estrutural para cada caso em concreto, ajustando, assim, a adequabilidade das análises apresentadas.

Com isto, conclui-se que, estimar a resposta dos edifícios quando sujeitos a escavações adjacentes onde resultam movimentos do solo, requer uma clara compreensão da origem e natureza dos movimentos, tanto a nível espacial como temporal. Os movimentos do solo verticais e horizontais deverão ser considerados assim como os movimentos transitórios devido a reajustamentos de esforços em paredes de contenção.

A maior preocupação existe quando as estruturas são compostas unicamente por alvenaria, em que muitas vezes têm importância histórica. Estas estruturas apresentam uma rigidez muito elevada com uma deficiência de resistência à deformação por corte, onde os assentamentos devido a escavações podem criar rotura nos elementos menos rígidos, tais como janelas e portas. Por outras palavras, as estruturas de alvenaria são mais susceptíveis à rotura por corte do que à rotura por flexão.

Assim, a metodologia de avaliação do dano deve consistir em duas fases; uma primeira fase inclui uma triagem inicial para identificar estruturas em estado crítico, que poderão sofrer deformações em resposta aos movimentos do solo e ir ao encontro de um limite aceitável, ou não aceitável, de danos; numa segunda fase são estimados os movimentos do solo em consequência da escavação e construção a ser efectuada juntamente com a influência que as estruturas adjacentes poderão ter na (des)estabilização do solo.

Referências Bibliográficas

- [1] Bjerrum, L. (1963). "Discussion session IV." *Proc., European Conf. On Soil Mech. and Found. Engr.*, Wiesbaden, Germany, II, 135-137.
- [2] Boscardin, M.D., e Cording, E.J. (1989). "Building Response to Excavation-Induced Settlement." *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 115 (1), 1-21.
- [3] Boscardin, M.D., e Walker, M.P. (1998). "Ground Movement, Building Response, and Protective Measures." *Effects of Construction on Structures*, ASCE, Boston, Massachusetts, 18-21.
- [4] Brinkgreve, R. B. J., Broere, W., e Waterman, D. (2004). *PLAXIS: Finite Element Code for Soil and Rock Analyses* (2D - Version 8).
- [5] Burland, J.B., (2001). "*Assessment methods used in design* - Building response to tunneling: case studies from construction of the Jubilee Line Extension", London. Volume 1. Thomas Telford.
- [6] Burland, J.B., e Broms, B.B., e Mello, V.F.B. (1977). "Behavior of foundations and structures." State-of-the-Art Report. *Proc., 9th Int'l Conf. On Soil Mech. and Found. Engr.*, II, Tokyo, Japan, 495-546.
- [7] Burland, J.B., e Wroth, C.P. (1974). "Settlements of buildings associated damage." *Proc., Conference on Settlement of Structures*, Pentech press, London, England, 611-654.
- [8] Cook, D. (1994). "Studies of settlements and crack damage in old and new facades." *Proc., 3rd Int. Masonry Conference.*, London, England, 6, 203-211.
- [9] Fonseca, A.V. (2009). "Prospecção e Caracterização Geotécnica" *Fundações – Mestrado em Eng. Civil da FEUP*, Porto, Portugal.
- [10] Fujian University of Technology (2009). *Uneven settlement*. Engineering Photo Gallery. Available from <http://tulixue.fjut.edu.cn/Detail.aspx?Id=397>.
- [11] Gere, J.M., Timoshenko, S. P. (1990). *Mechanics of materials*, 3rd ed., PWS-KENT, Boston.
- [12] Meyerhof, G.G. (1956). "Discussion of "The allowable settlements of buildings," by A.W. Skempton and D.H. MacDonald." *Proc., Inst, Civil Engineers, Part II*, 5, 744.

- [13] Polshin, D.E., e Tokar, R.A. (1957). "Maximum allowable non-uniform settlement of structures." *Proc., 4th Int'l Conf. On Soil Mech. and Found. Engr.*, 1, London, England, 402-405.
- [14] *SAP2000*, Three Dimensional Static and Dynamic Finite Element Analysis and Design of Structures, Version 14, CSI, Computers & Structures, inc, Structural and Earthquake Engineering Software, Berkeley, California, USA.
- [15] Shani Wallis (2010). "Problems on station box excavation caused serious damage to adjacent buildings." *TBM Tunnel Talk*, underway for Amsterdam Metro.
- [16] Skempton, A.W., e MacDonald, D.H. (1956). "The allowable settlements of buildings." *Proc., Inst, Civil Engineers, Part III*, 5, 727-784.
- [17] Son, M., e Cording, E.J. (2007). "Evaluation of Building Stiffness for Building Response Analysis to Excavation-Induced Ground Movements" *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 115 (1), 1090-0241.
- [18] Timoshenko, S. (1957). *Strength of Materials - Part 1*, D. Van Nostrand Co. Inc., London, England.